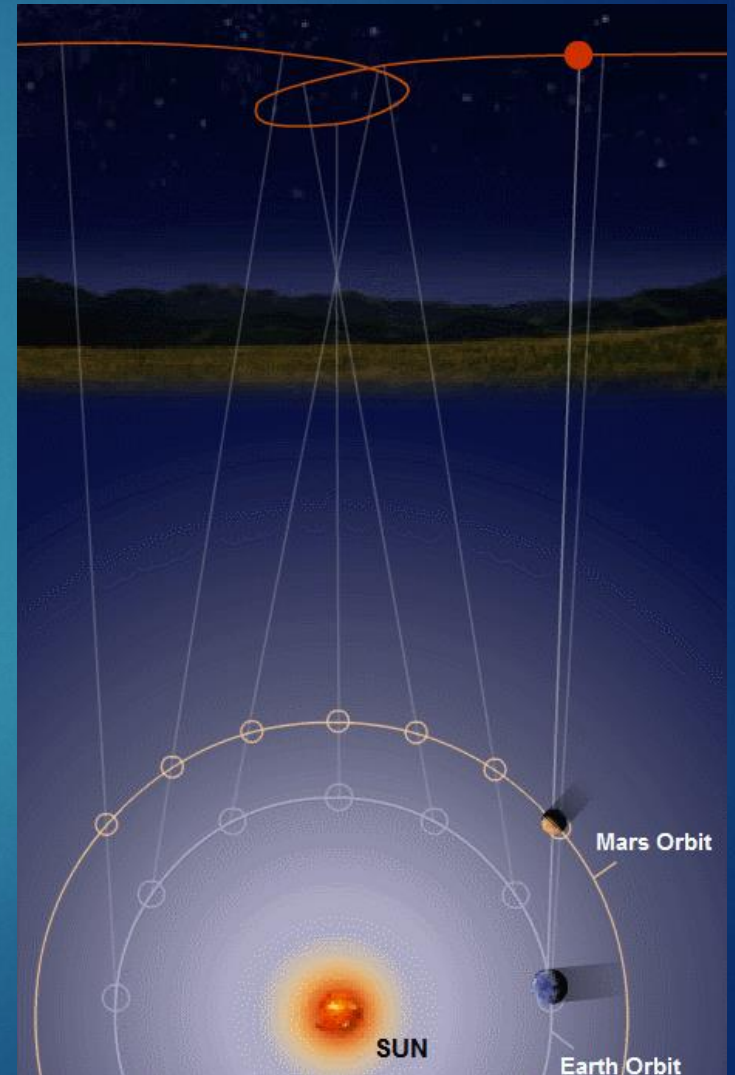


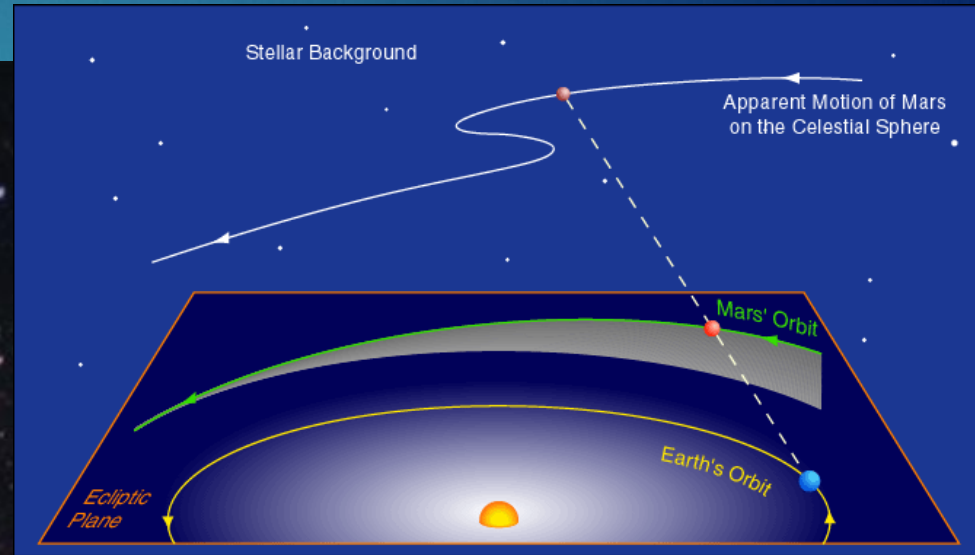
Gravitaciona dejstva

Prividno kretanje planeta

- ▶ Kretanje nebeske sfere – dugo se smatralo da je Zemlja centar sveta
- ▶ Mnogobrojni modeli geocentričnog sistema
- ▶ Reč "planeta" – grčki, *πλανητης* (koji luta)
 - ▶ Razlog: godišnji način kretanja po nebu i pravljenje "petlji".

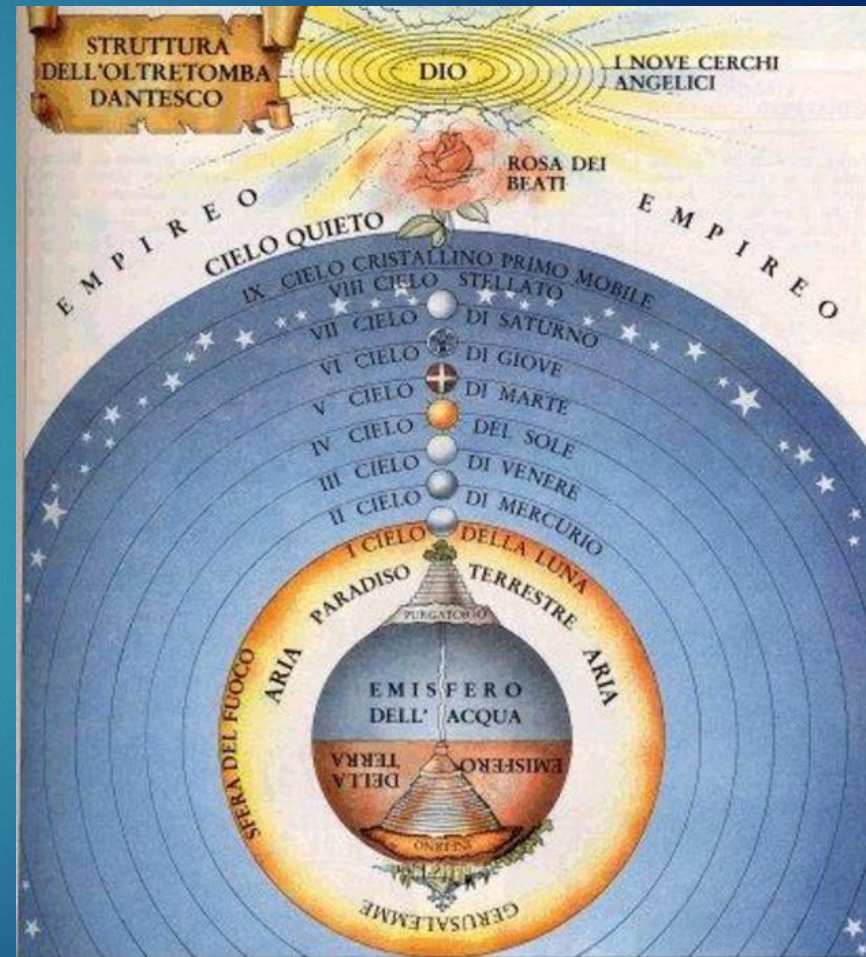


Prividno kretanje planeta

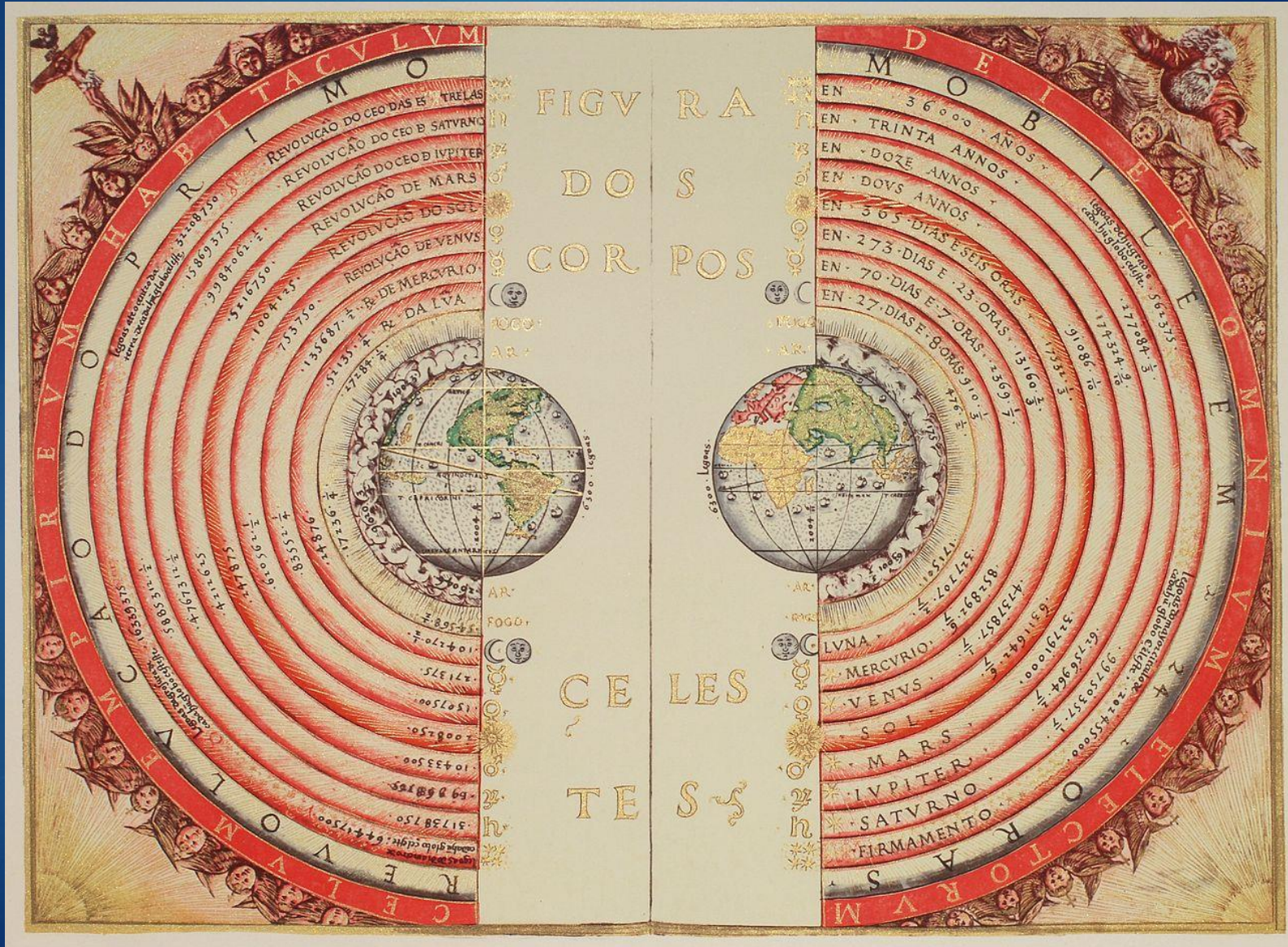


Geocentrični model

- ▶ Aristotel (384-382) i Ptolomej (90-168) Delo „Almagest“
 - ▶ Zemlja - ravna ploča oko koje se nalaze sfere, po jedna sfera za svaku planetu, Sunce, Mesec i poslednja za zvezde nekretnice.
 - ▶ Zvezde zakačene za nebesku sferu, da se Zemlja nalazi u njenom centru, a da Sunce i planete (tzv. lugalice) kruže oko Zemlje

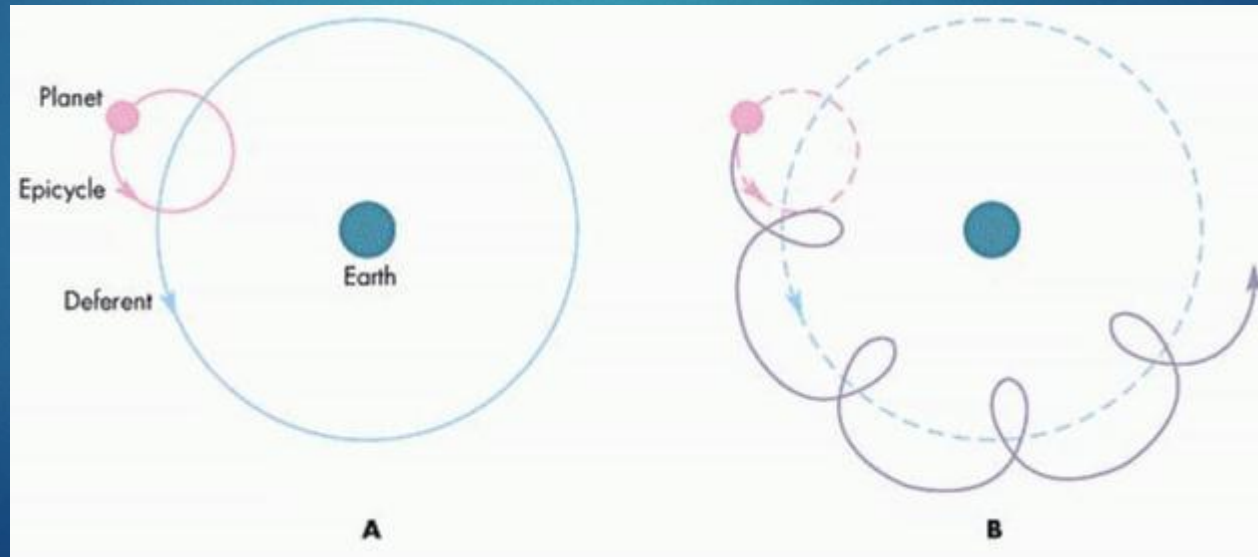


Geocentrični model

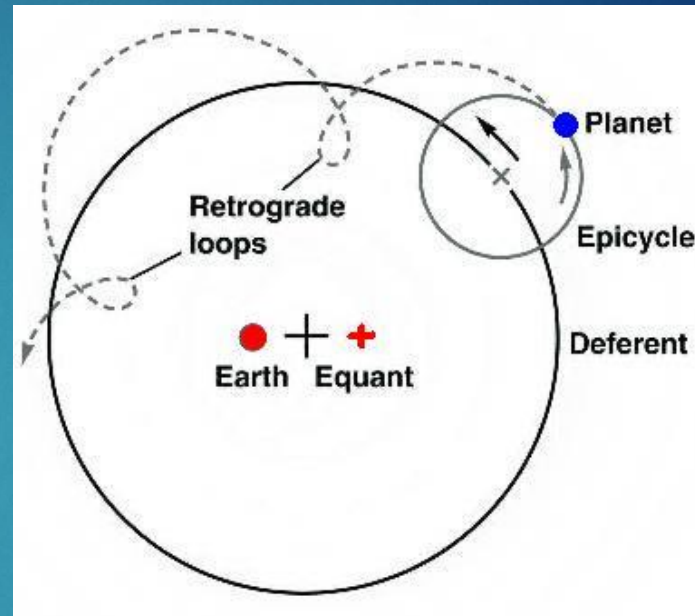
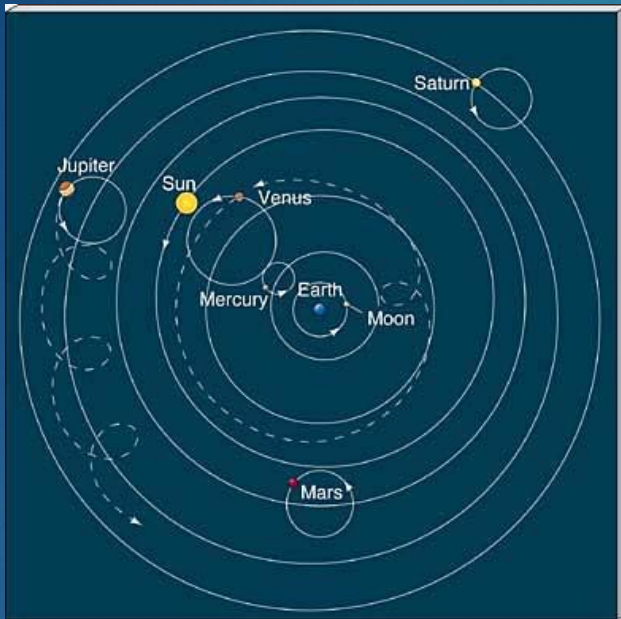


Ptolomejev model

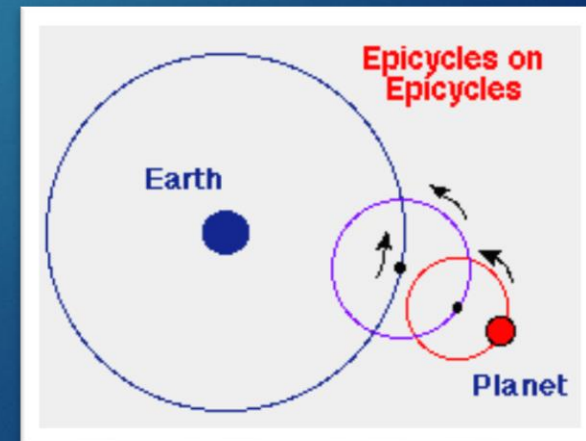
- ▶ Tela se oko Zemlje kreću po velikim kružnicama – **deferenti**.
- ▶ Kretanje planeta po “petljama” - manje kružnice – **epicikli**.
- ▶ Centri epicikla se u direktnom smeru kreću po deferentima.



Epcikli, epicikli...



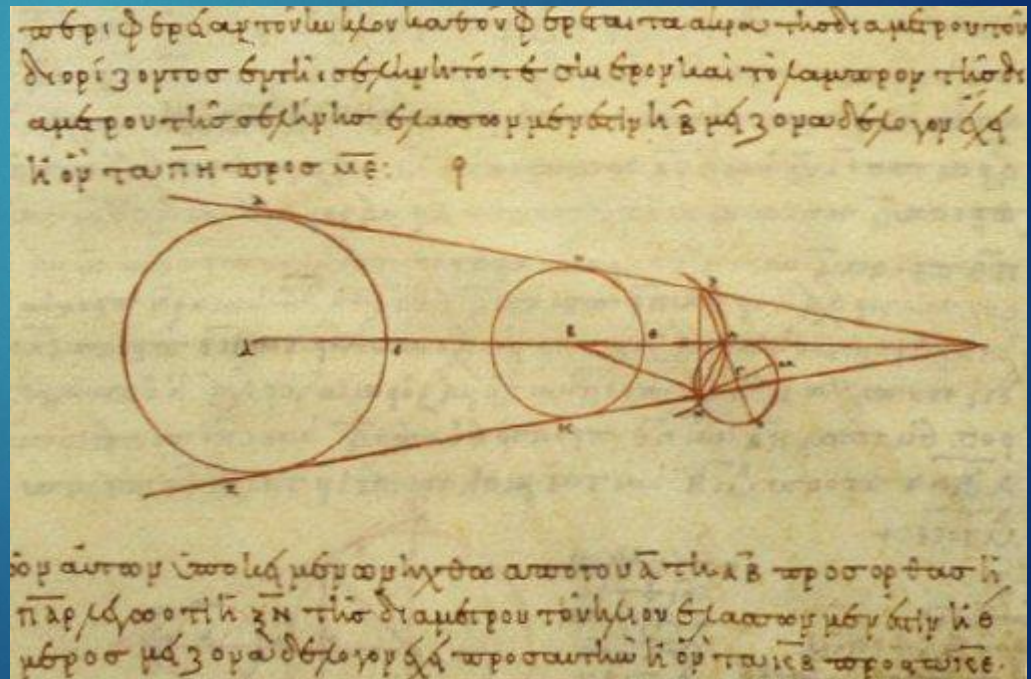
- ▶ Ptolomejevi proračuni “petlji” nisu se podudarali sa posmatranjima
- ▶ Korekcije modela - uvođenje novih epicikla, epicikla epicikla, itd.
- ▶ Nakon 14 vekova - broj epicikla narastao na 80.
- ▶ Model složen ali nije odgovarao pravoj slici na nebu



Heliocentrični sistem

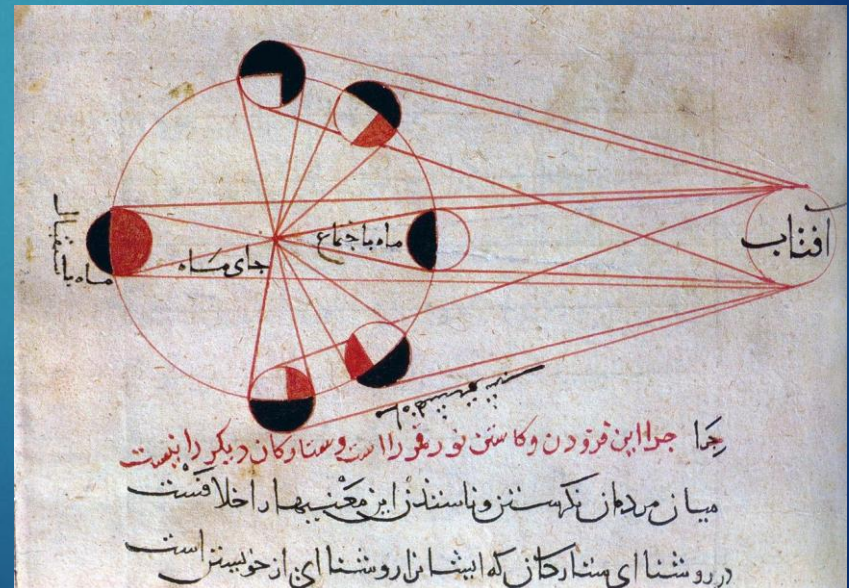
- ▶ Prve ideje: 3 vek pne. Anaksimandar i Pitagorejci (oko 390 pne.)
 - ▶ Centar svemira = „centralna vatra“ oko koje kruže Sunce, Zemlja, Mesec i planete; zvezde nepokretne

- ▶ **Aristrah sa Samosa,** 270 pne.
 - ▶ Savremenik Eratostena
 - ▶ Izmerio obim Zemlje
 - ▶ Dimenzije i rastojanje: Sunce i Mesec
 - ▶ Znao da su zvezde daleko – nije zabeležena paralaksa



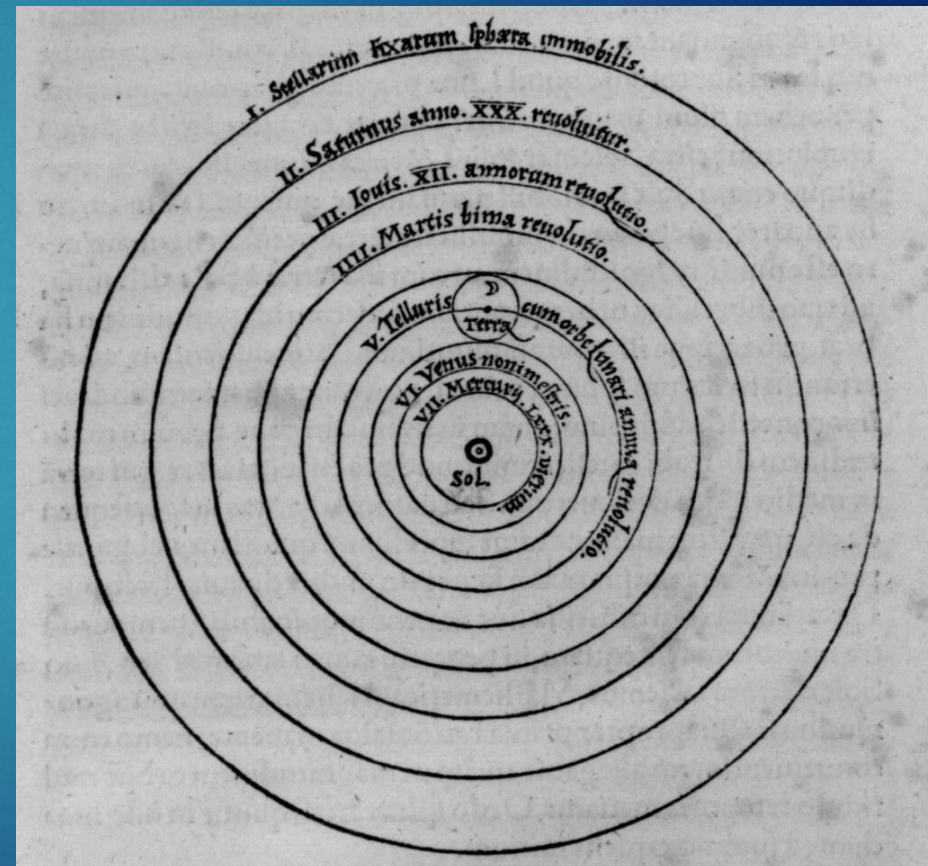
Heliocentrični sistem

- ▶ Islamski astronomi – prihvatili Ptolomejev sistem (al-Battani – pokazao da rastojanje Sunce – Zemlja nije konstantno)
- ▶ X vek – prihvaćeno da Zemlja rotira oko svoje ose (al-Sijzi)
- ▶ Počeli da kritikuju Ptolomejev sistem
 - ▶ Ibn al-Haytham u *Al-Shukūk 'alā Baṭalamiyūs* („Sumnje o Ptolomeju“, 1028. god) tvrdio da je nemoguće
- ▶ Al-Biruni – razmatrao mogućnost rotacije Zemlje oko ose i oko Sunca, ipak izabrao geocentričan sistem (1031)
 - ▶ Znao da ako bi Zemlja rotirala oko svoje ose predviđanja bi bila saglasna posmatranjima ali je smatrao da je to pitanje prirodne filozofije a ne matematike

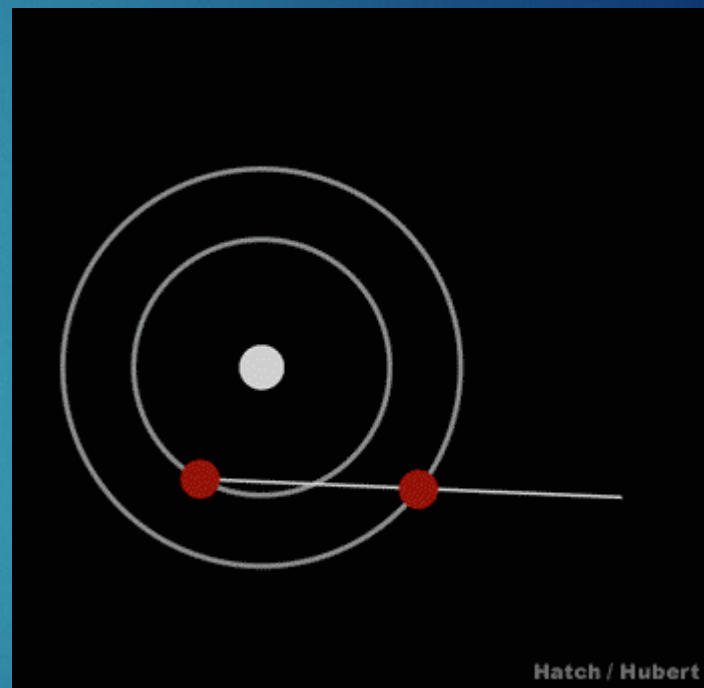
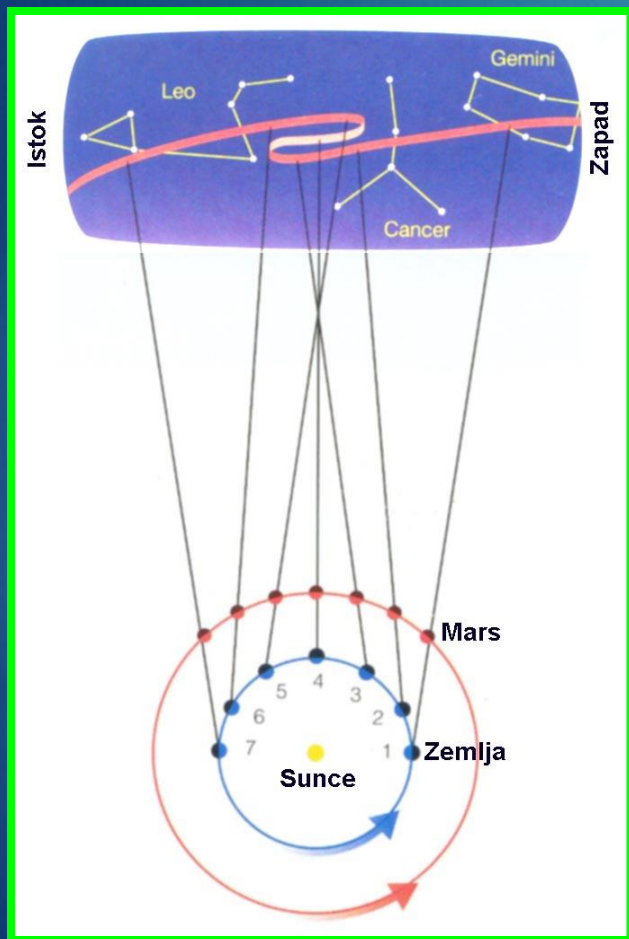


Heliocentrični sistem

- ▶ Nikola Kopernik je nagovestio 1514. godine, a 1530. godine (neposredno pre smrti) objavljeno je delo *De revolutionibus orbium coelestium* (O kruženju nebeskih sfera).
- ▶ Centar sveta - Sunce, oko njega kruže Zemlja i ostale planete, kao i sfera sa nepokretnim zvezdama
 - ▶ Mesec kruži oko Zemlje i sa njom oko Sunca.



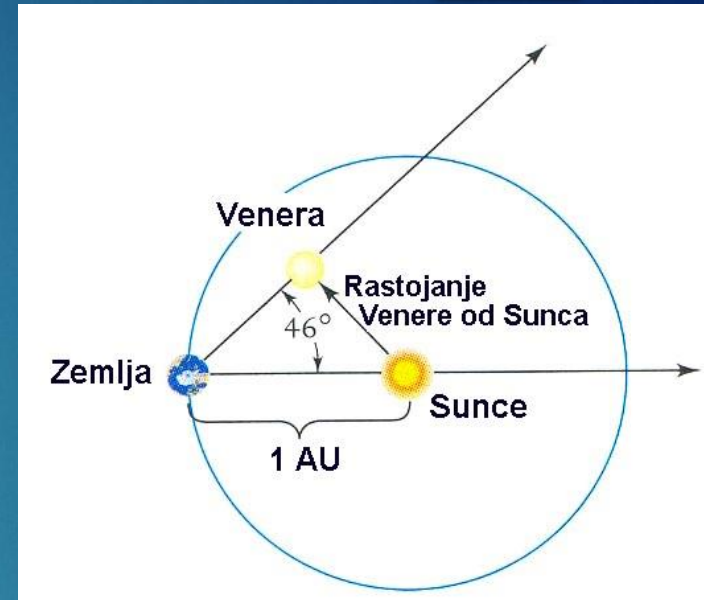
Heliocentrični sistem



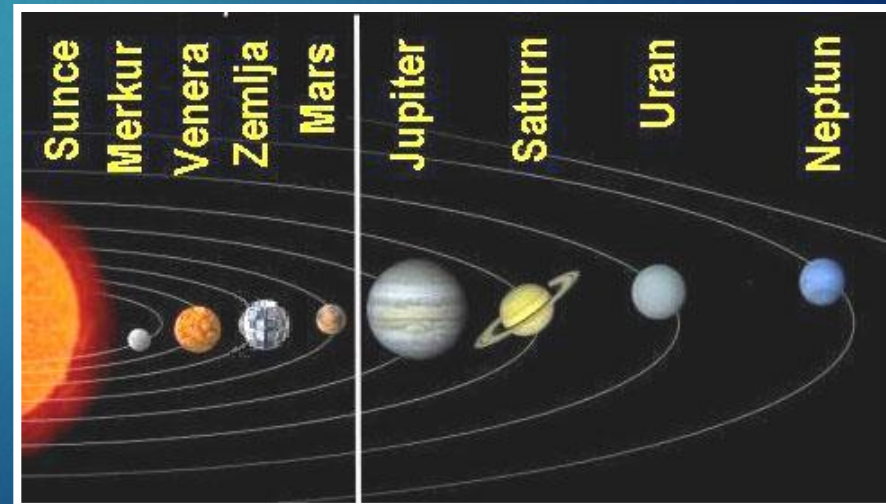
- ▶ Uspešno objasnio kretanje planeta po "petljama".

Heliocentrični sistem

- ▶ Kopernik je, na osnovu svog modela, uspešno izračunao udaljenost planeta od Zemlje i Sunca.
- ▶ Uspešno je odredio i periode njihovog obilaska oko Sunca.

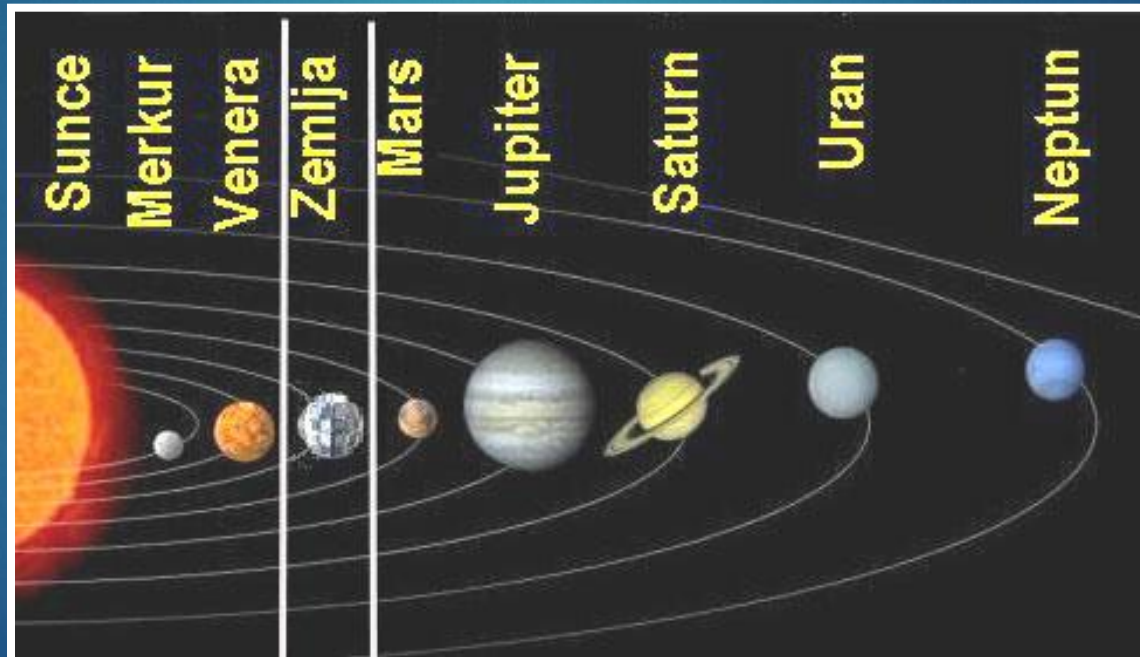


- ▶ Postoji više različitih podela:
- ▶ „Astrofizički“:
 - ▶ planete Zemljinog (terestričke) i
 - ▶ Jupiterovog (jovijanske) tipa.



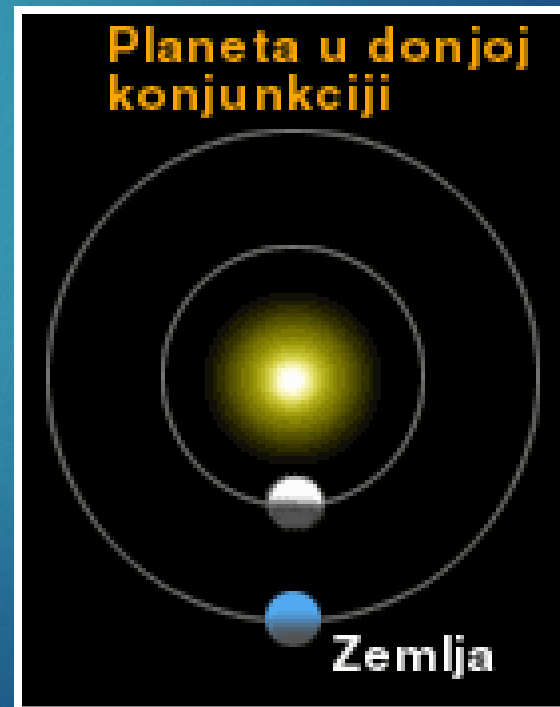
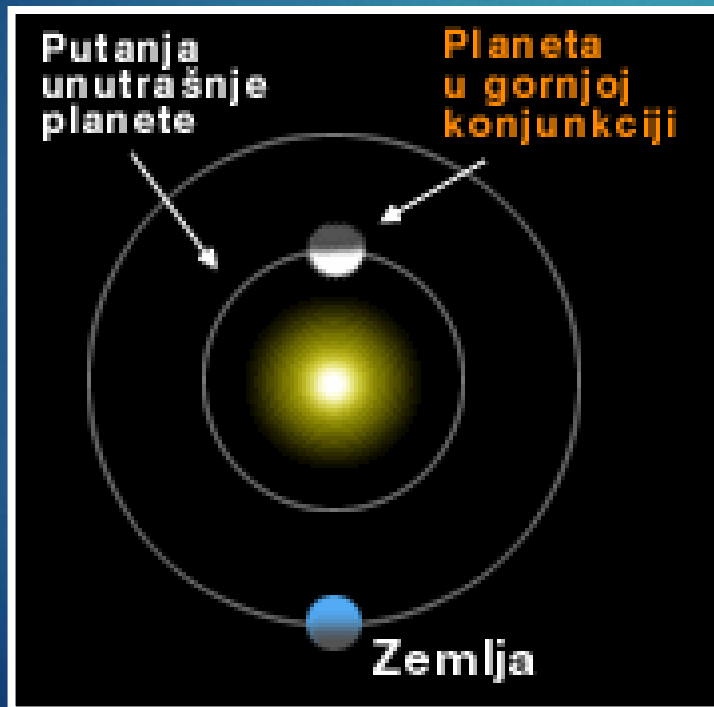
Heliocentrični sistem

- ▶ Planete se dele i na („astronomski“):
 - ▶ **unutrašnje** (donje) i **spoljašnje** (gornje).



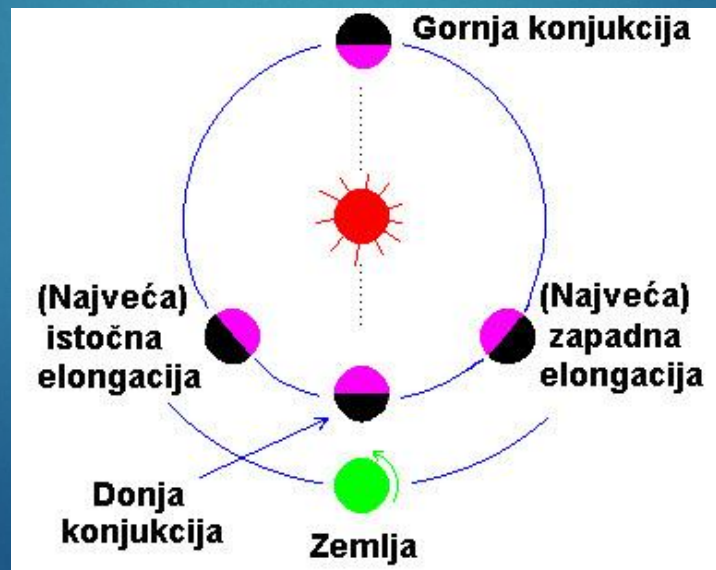
Karakteristični položaji planeta

- ▶ Unutrašnje planete: gornja i donja konjunktija
 - ▶ Planeta se ne vidi sa Zemlje
 - ▶ Gornja - njen sjaj slabiji od Sunčevog,
 - ▶ Donja - prema Zemlji okrenuta neosvetljena strana planete.



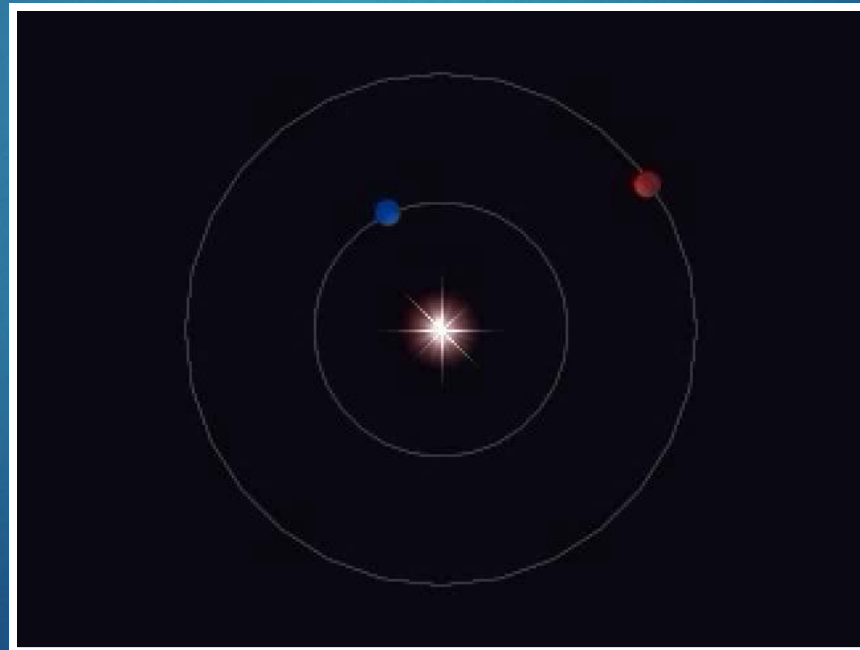
Karakteristični položaji planeta

- ▶ Unutrašnje planete
- ▶ Najbolje vide - za posmatrača sa Zemlje prividno najdalje od Sunca.
 - ▶ To su položaji najveće istočne i zapadne elongacije
 - ▶ **Istočna** elongacija - **posle zalaska** Sunca,
 - ▶ **Zapadna** elongacija - **pre izlaska** Sunca.



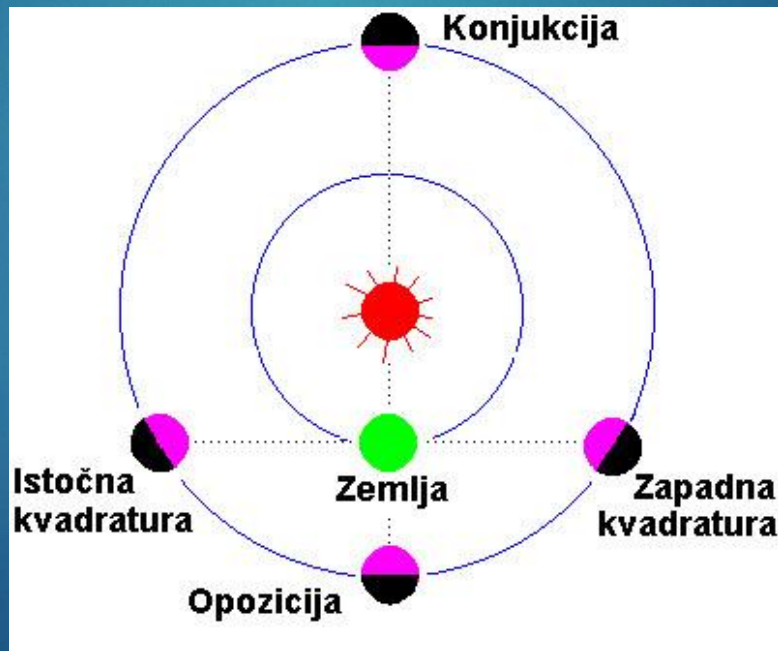
Karakteristični položaji planeta

- ▶ Spoljašnje planete **najbolje se vide** u položaju kada su planeta, Zemlja i Sunce u jednoj ravni i kada je spoljašnja planeta nasuprot Sunca, najbliže Zemlji - **opozicija**
- ▶ Kulminira u ponoć i vidi se cele noći.

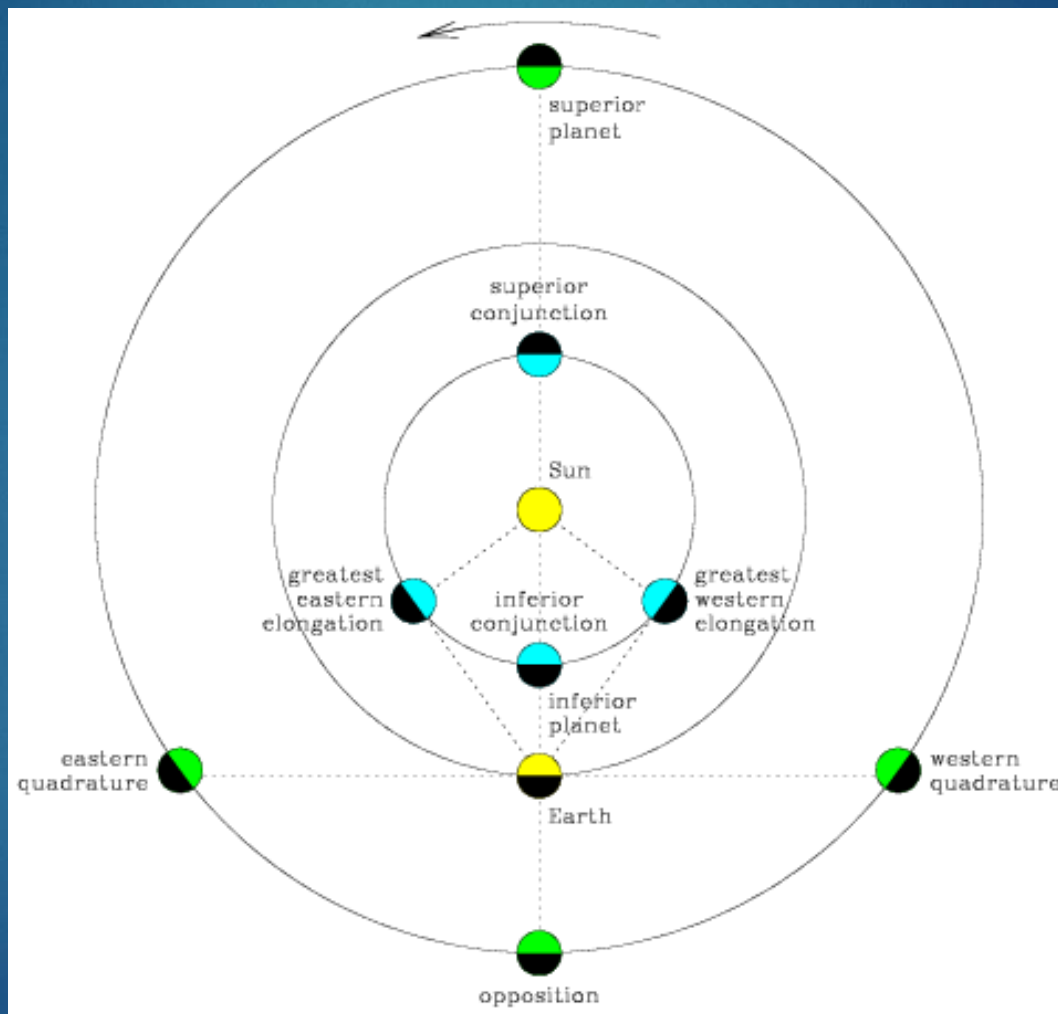


Karakteristični položaji planeta

- ▶ Sunce - između planete i Zemlje – konjukcija
- ▶ Karakteristični položaji su i istočna i zapadna kvadratura.
- ▶ Ugao koji zaklapaju pravci vizura planeta-Zemlja i Zemlja-Sunce je prav.



Karakteristični položaji planeta

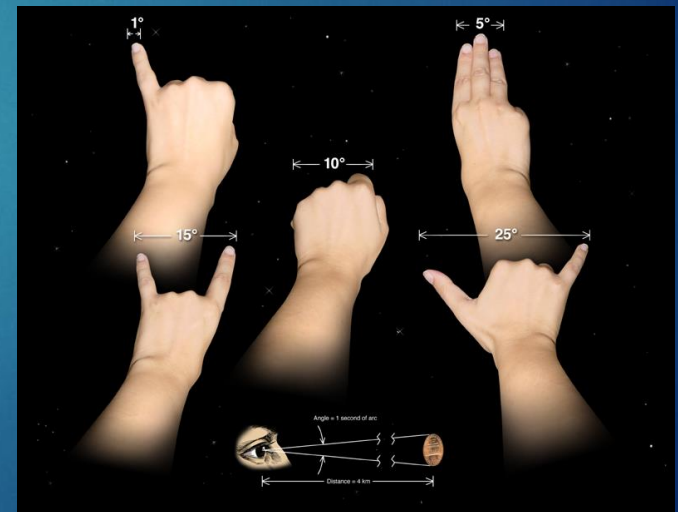
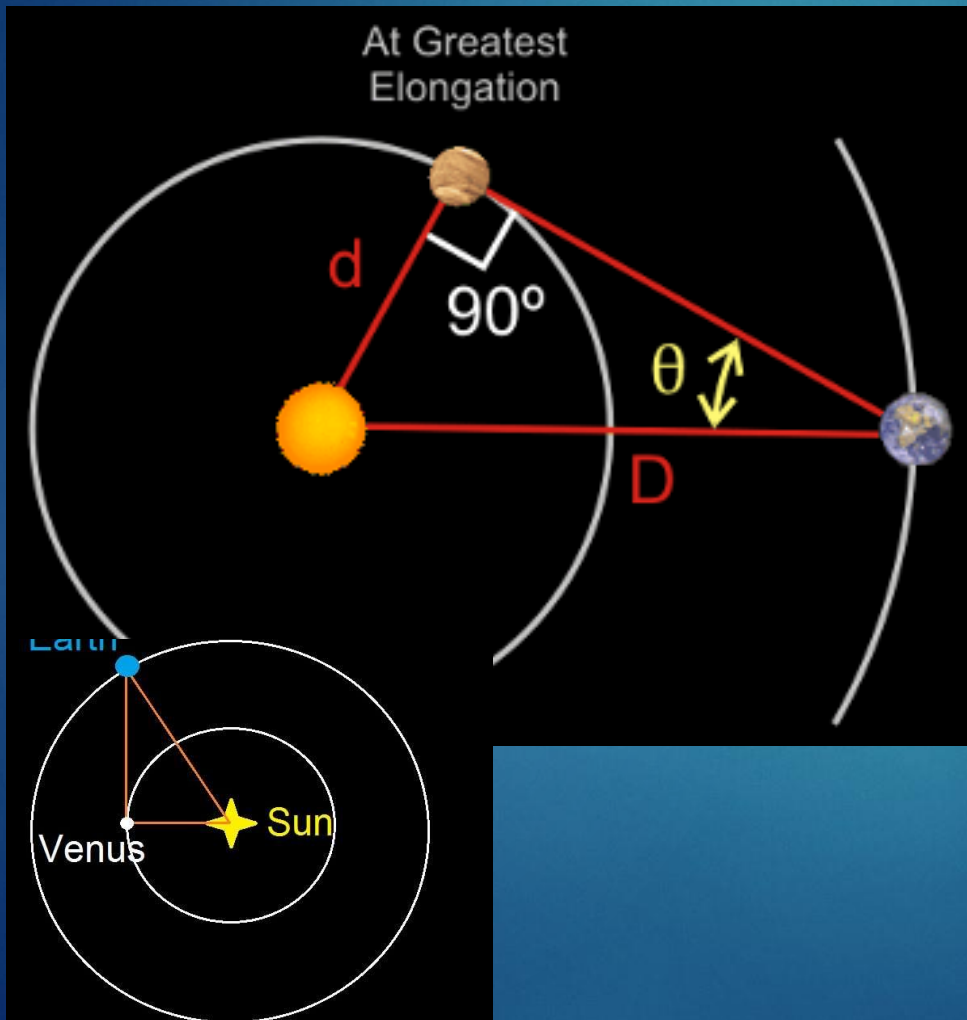


Unutrašnje planete

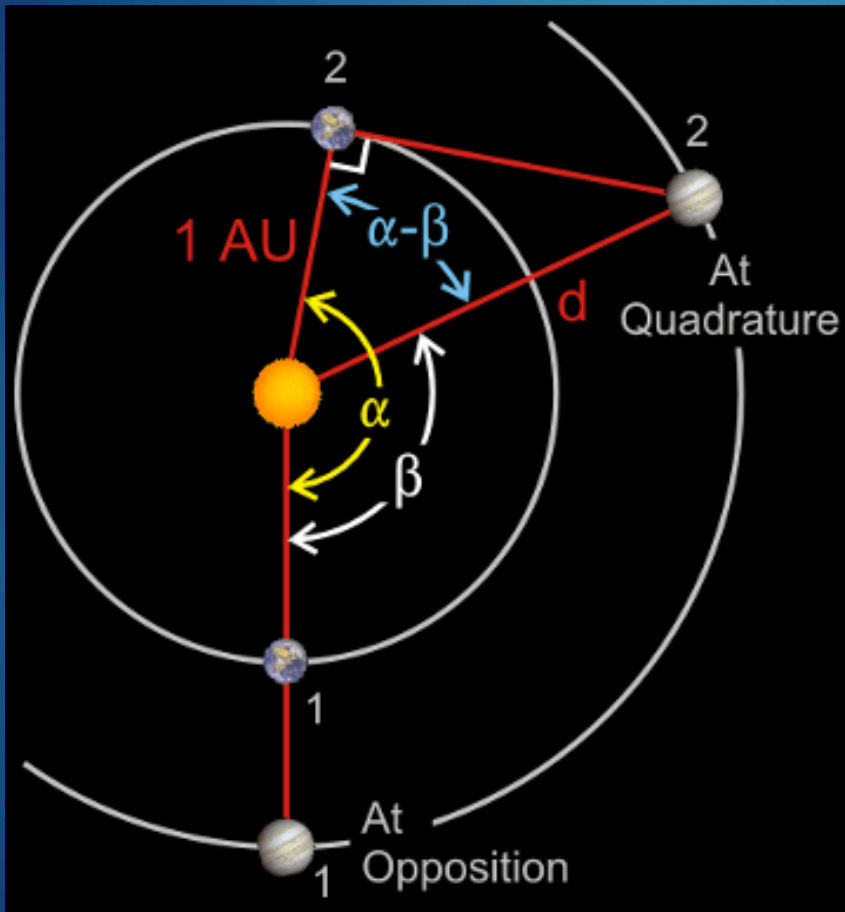
$$d = D \sin \theta$$

$D = 1$ astronomska jedinica

$$d = \sin \theta$$



Spoljašnje planete



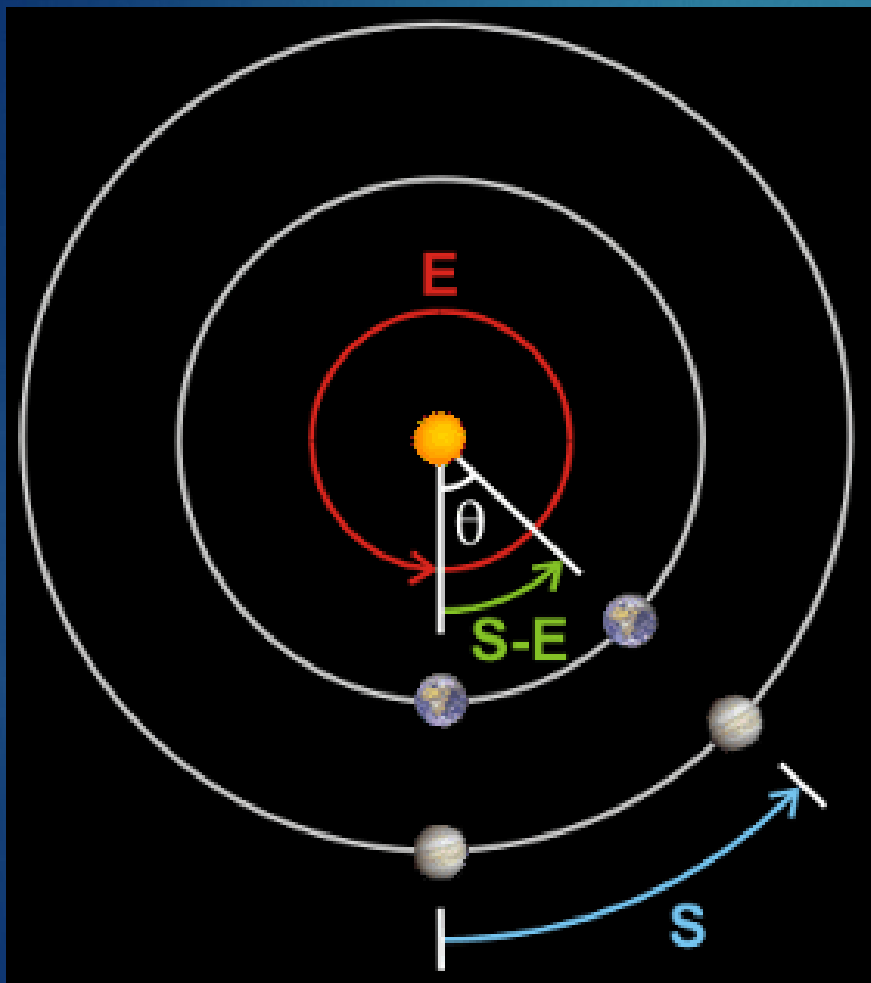
$$\alpha = T \frac{360^\circ}{E}$$

$$\beta = T \frac{360^\circ}{P}$$

$$d = \frac{1}{\cos(\alpha - \beta)}$$

E – siderički period Zemlje
 P – Siderički period planete

Siderički i sinodički period



Izračunao Nikola Kopernik

$$(S - E) \frac{360^\circ}{E} = S \frac{360^\circ}{P}$$

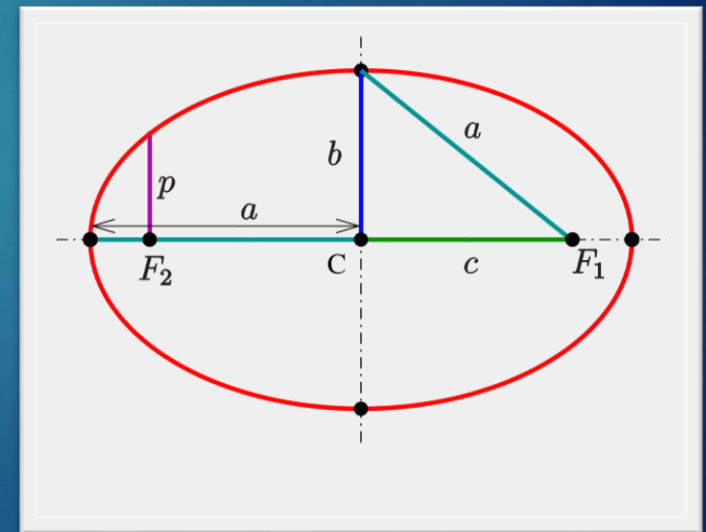
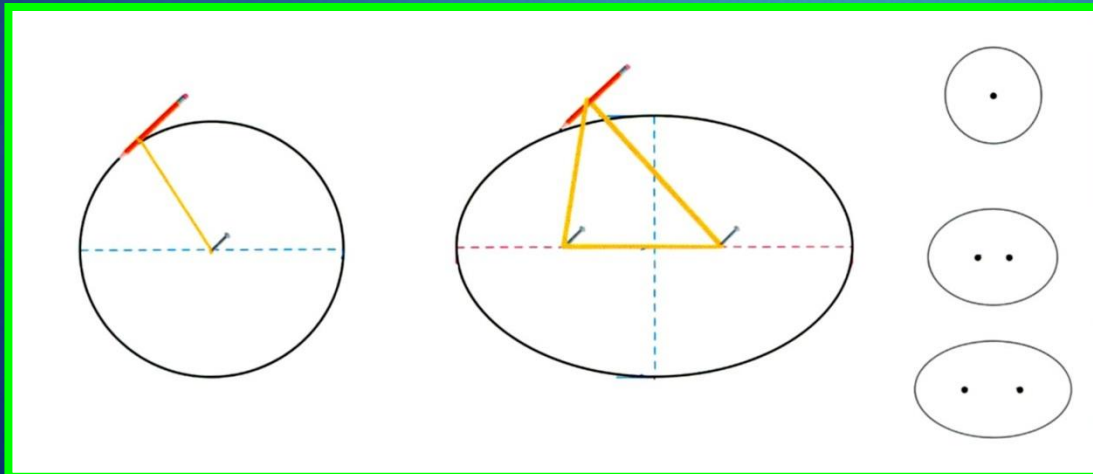
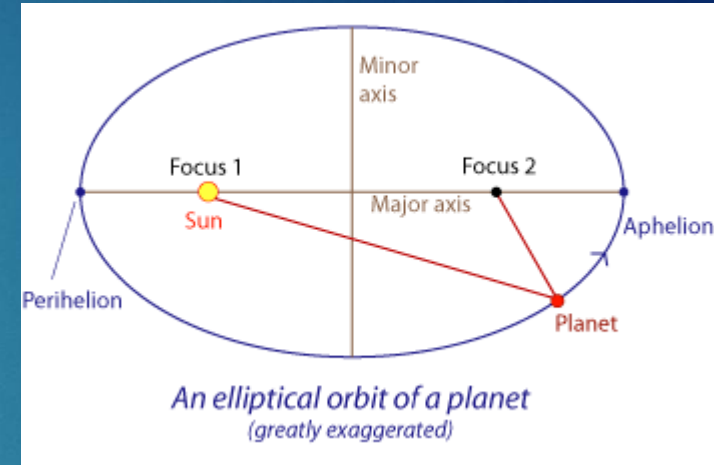
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{E} - \frac{1}{P} \text{ - spoljašnje planete}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P} - \frac{1}{E} \text{ - unutrašnje planete}$$

E – siderički period Zemlje
 P – Siderički period planete
 S – sinodički period planete

Keplerovi zakoni (1. zakon)

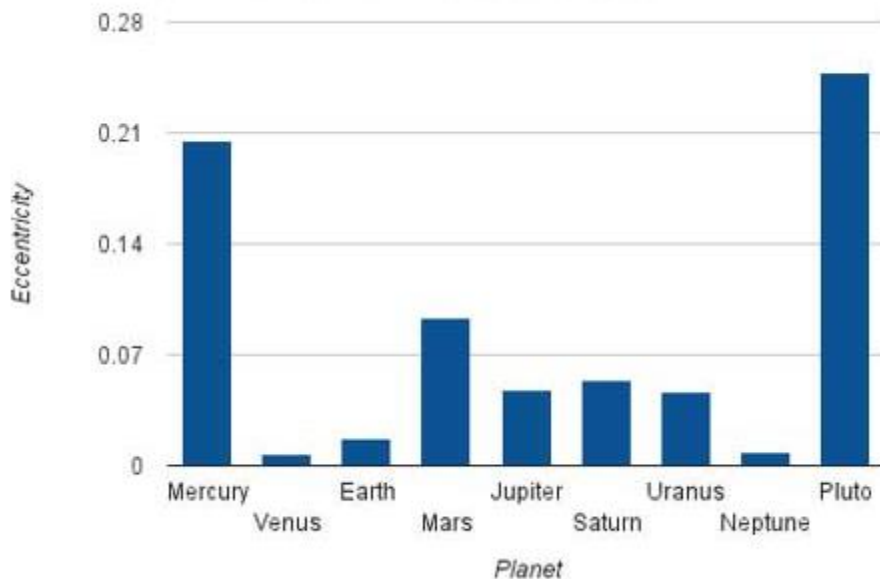
- ▶ *Planete se oko Sunca kreću po eliptičkim putanjama, u čijoj se zajedničkoj žiži nalazi Sunce*
- ▶ Jedačina elipse $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \theta}$
 - ▶ Perihel $\theta = 0^\circ$, afel $\theta = 180^\circ$
 - ▶ Za $\theta = 90^\circ$ i $\theta = 270^\circ$ – rastojanje p



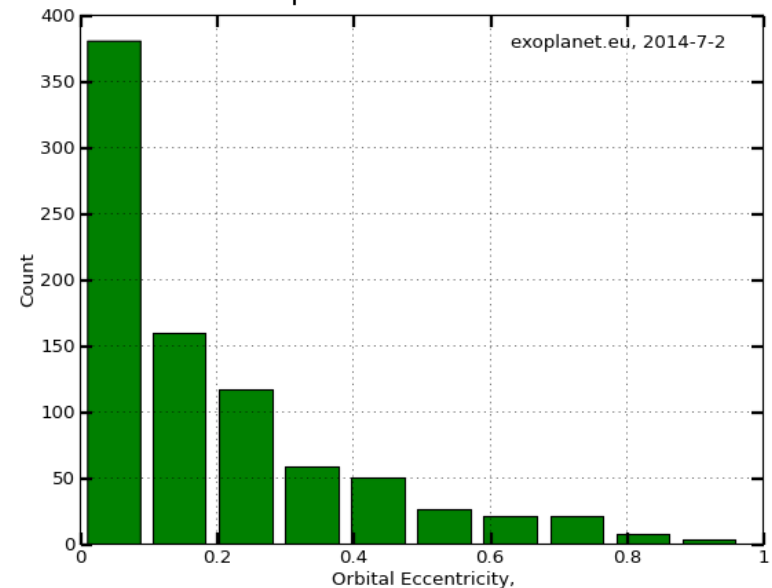
Keplerovi zakoni (1. zakon)

- ▶ Putanje planeta su malog ekscentriciteta (ne razlikuju se mnogo od kružnih), osim u slučaju Merkura i “bivše” planete Pluton.
- ▶ Eliptične putanje imaju i sateliti planeta, asteroidi i periodične komete.

Eccentricity of the Planets (+ Pluto)



Exoplanet Orbit Eccentricities



Keplerovi zakoni (2. zakon)

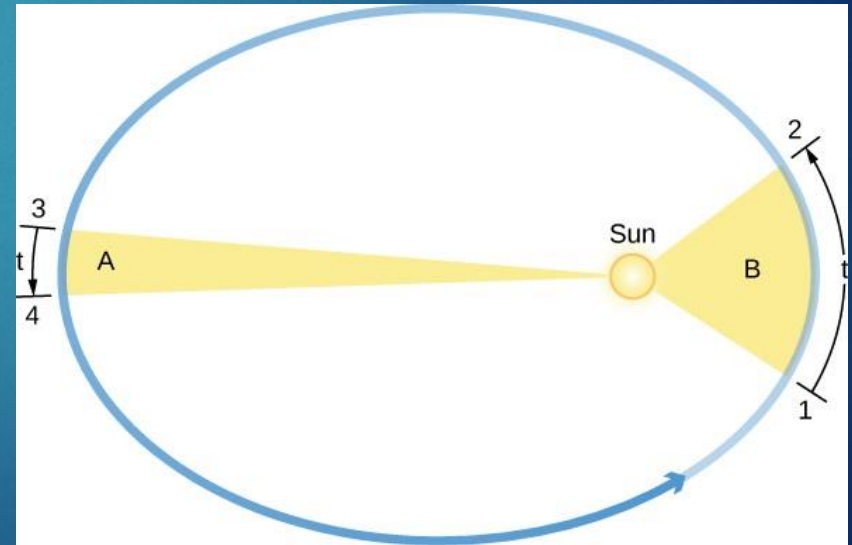
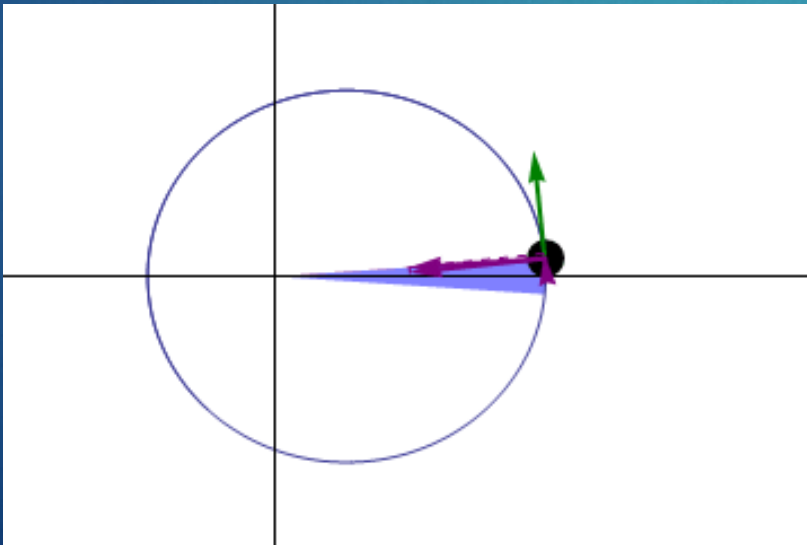
- ▶ **Radijus vektor planete u jednakim vremenskim intervalima opisuje jednake površine**
- ▶ Zbog ovoga se planeta kreće brže u blizini perihela, a sporije u blizini afela.

$$dA = \frac{1}{2} r \cdot r d\theta$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{r^2}{2} \frac{d\theta}{dt}$$

$$P \cdot \frac{r^2}{2} \frac{d\theta}{dt} = \pi ab$$

$$n = \frac{2\pi}{P} \Rightarrow r^2 d\theta = abndt$$



Keplerovi zakoni (3. zakon)

- ▶ Kvadrati perioda (T) obilaska planete oko Sunca srazmerni su kubovima velikih poluosa (a) njihovih putanja

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{T_3^2}{a_3^3} = \dots \text{const}$$

- ▶ Zakon omogućuje da se na osnovu poznavanja perioda obilaska Zemlje oko Sunca i velike poluose njene putanje odrede elementi kretanja drugih planeta.

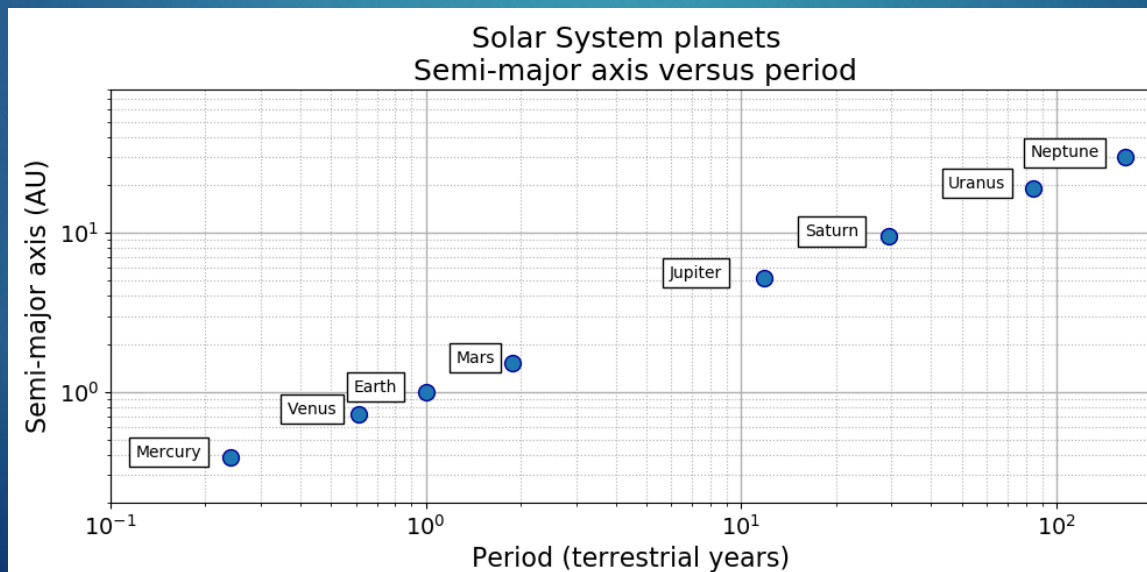
Keplerovi zakoni (3. zakon)

Data used by Kepler (1618)

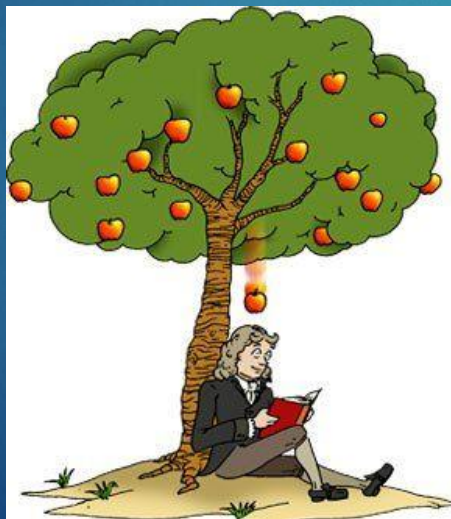
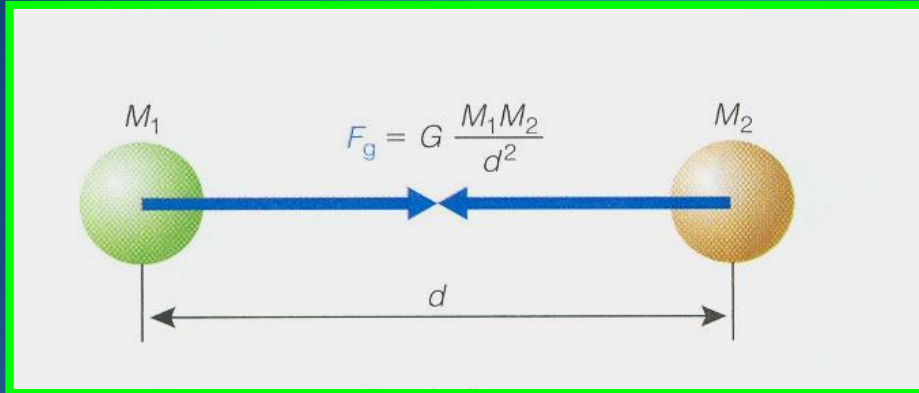
Planet	Mean distance to sun (AU)	Period (days)	$\frac{R^3}{T^2}$ (10^{-6} AU ³ /day ²)
Mercury	0.389	87.77	7.64
Venus	0.724	224.70	7.52
Earth	1	365.25	7.50
Mars	1.524	686.95	7.50
Jupiter	5.2	4332.62	7.49
Saturn	9.510	10759.2	7.43

Modern data (Wolfram Alpha Knowledgebase 2018)

Planet	Semi-major axis (AU)	Period (days)	$\frac{R^3}{T^2}$ (10^{-6} AU ³ /day ²)
Mercury	0.38710	87.9693	7.496
Venus	0.72333	224.7008	7.496
Earth	1	365.2564	7.496
Mars	1.52366	686.9796	7.495
Jupiter	5.20336	4332.8201	7.504
Saturn	9.53707	10775.599	7.498
Uranus	19.1913	30687.153	7.506
Neptune	30.0690	60190.03	7.504

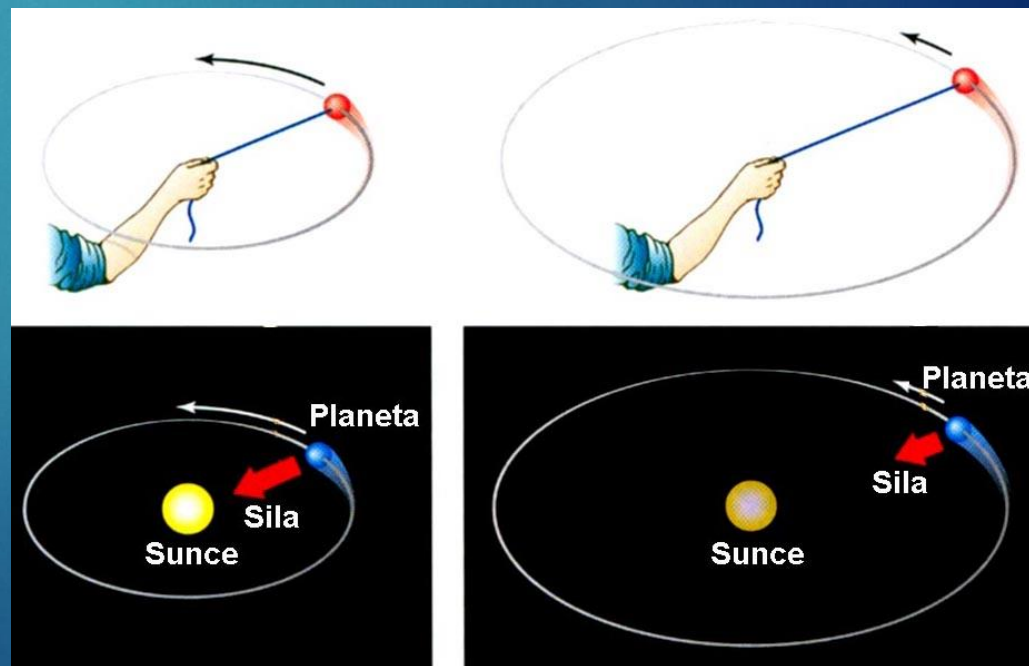


Njutnov zakon gravitacije



Njutnov zakon gravitacije

- ▶ Njutnova teorija je pokazala da je putanja planeta oko Sunca rezultat delovanja dve sile: privlačne (gravitacione) i centrifugalne.



Njutn i Kepler

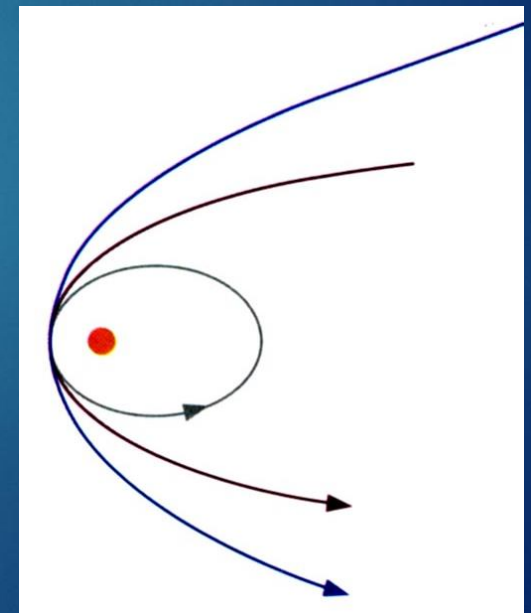
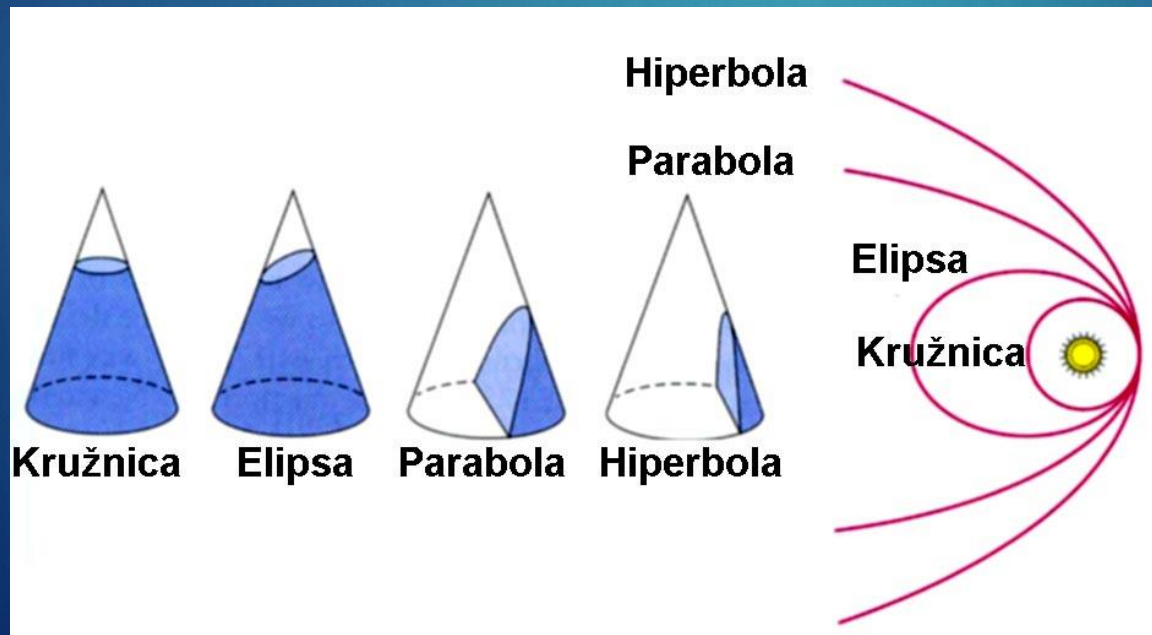
$$mr\omega^2 = G \frac{mM}{r^2}$$

$$mr \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = G \frac{mM}{r^2} \rightarrow T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3 \rightarrow T^2 \propto r^3$$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2} \approx \frac{GM}{4\pi^2} \approx 7,496 \cdot 10^{-6} \left(\frac{AU^3}{dan^2} \right)$$

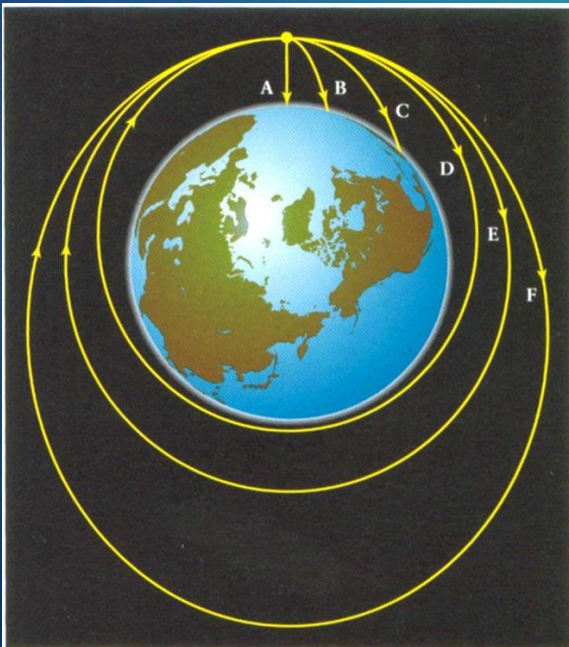
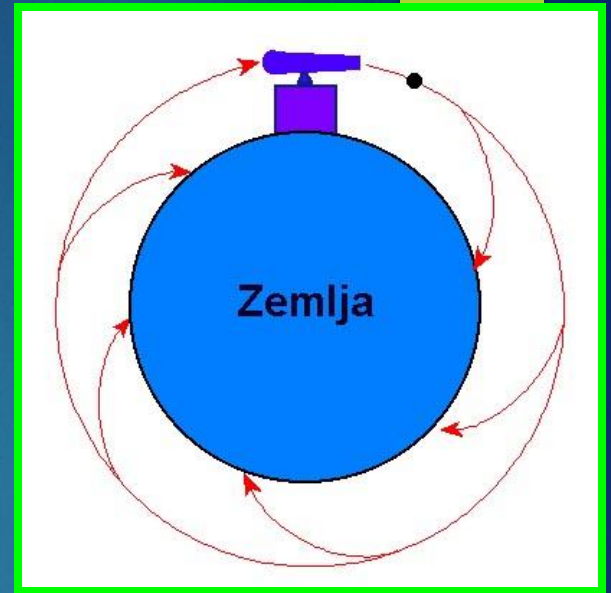
Pitanje tela

- ▶ Iz Njutnove teorije je sledilo da su putanje tela u Sunčevom sistemu u formi konusnih preseka:
 - ▶ kružnice i elipse – zatvorene (kada je ukupna mehanička energija tela negativna tj. kada je njihova gravitaciona potencijalna energija po apsolutnoj vrednosti veća od njihove kinetičke energije)
 - ▶ parabole i hiperbole - otvorene.



Kosmičke brzine

- ▶ **Prva kosmička brzina** – koju treba saopštiti telu u tangencijalnom pravcu da bi ono kružilo oko planetinog središta na rastojanju njenog radijusa (R_p).



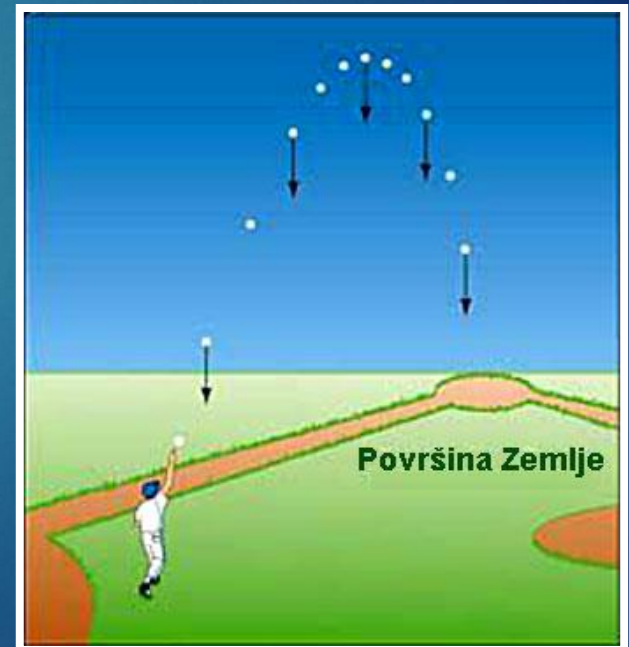
$$m_p \frac{v_1^2}{R_p} = G \frac{M m_p}{R_p^2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{G m_p}{R_p}}$$

$$v_1 = \sqrt{g R_p}$$

Za Zemlju:

$$v_1 \approx 7,9 \text{ km/s}$$



Kosmičke brzine

- ▶ Da bi telo kružilo na visini h iznad površine planete treba mu saopštiti brzinu kruženja:

$$v_k = \sqrt{\frac{Gm_p}{R_p + h}}$$

- ▶ **Druga kosmička brzina** (brzina napuštanja planete) – koju treba saopštiti telu da bi ono napustilo gravitaciju planete.

$$v_2 = \sqrt{\frac{2Gm_p}{R_p}}$$

$$v_{Zemlja} \approx 11,2 \text{ km/s}$$

$$v_{Jupiter} \approx 61,0 \text{ km/s}$$

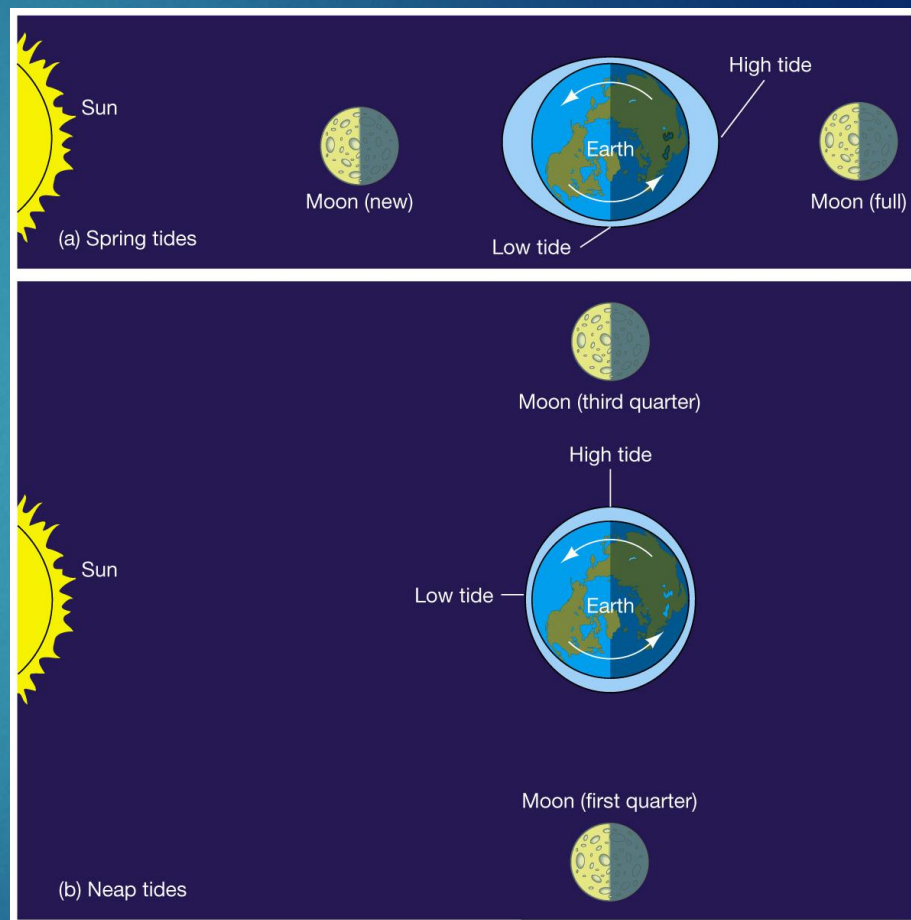


Kosmičke brzine

- ▶ **Treća kosmička brzina** – koju telu treba saopštiti na nekoj planeti, da bi ono moglo da napusti Sunčev sistem. Na mestu Zemlje ona iznosi **42,1 km/s**.
- ▶ **Četvrta kosmička brzina** – minimalna brzina koja je potrebna da telo napusti galaksiju. Nije jednaka za sve tačke u galaksiji i zavisi od rastojanja od centra mase. U području našeg Sunca oko **550 km/s**.

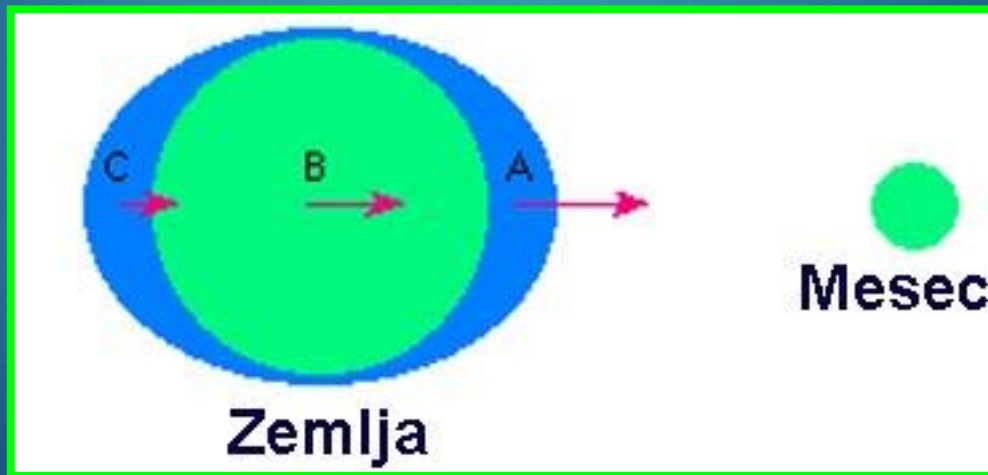
Plimsko dejstvo

- ▶ Najbolje se uočava u odnosu na vodeni omotač Zemlje.
- ▶ Oblik vodenog omotača se deformiše sa one strane koja je bliža Mesecu ili Suncu.
- ▶ Ova dva efekta vektorski se sabiraju.
- ▶ Kad je Mesec u konjunktiji ili opozicije efekti se sabiraju i plime su najveće (u proleće).



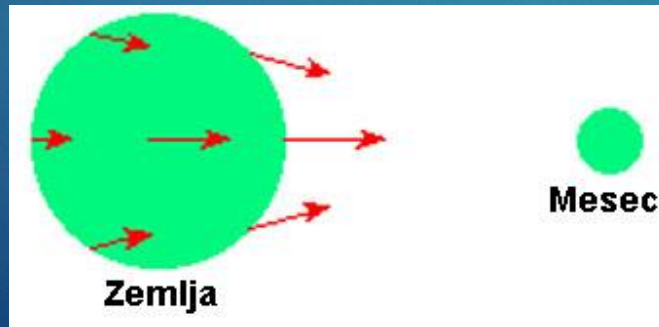
Plimsko dejstvo

- ▶ Najveću deformaciju pretrpeće delovi koji su najbliže Mesecu.
- ▶ U istom smeru, samo manje, pomeriće se i Zemljino središte, a još manje suprotna strana vodenog omotača.
- ▶ Odnos jačina plimskih sila Sunca i Meseca je $5/11$.
- ▶ Sve planete zajedno na Zemlju plimski deluju oko 10 000 puta slabije od Meseca.



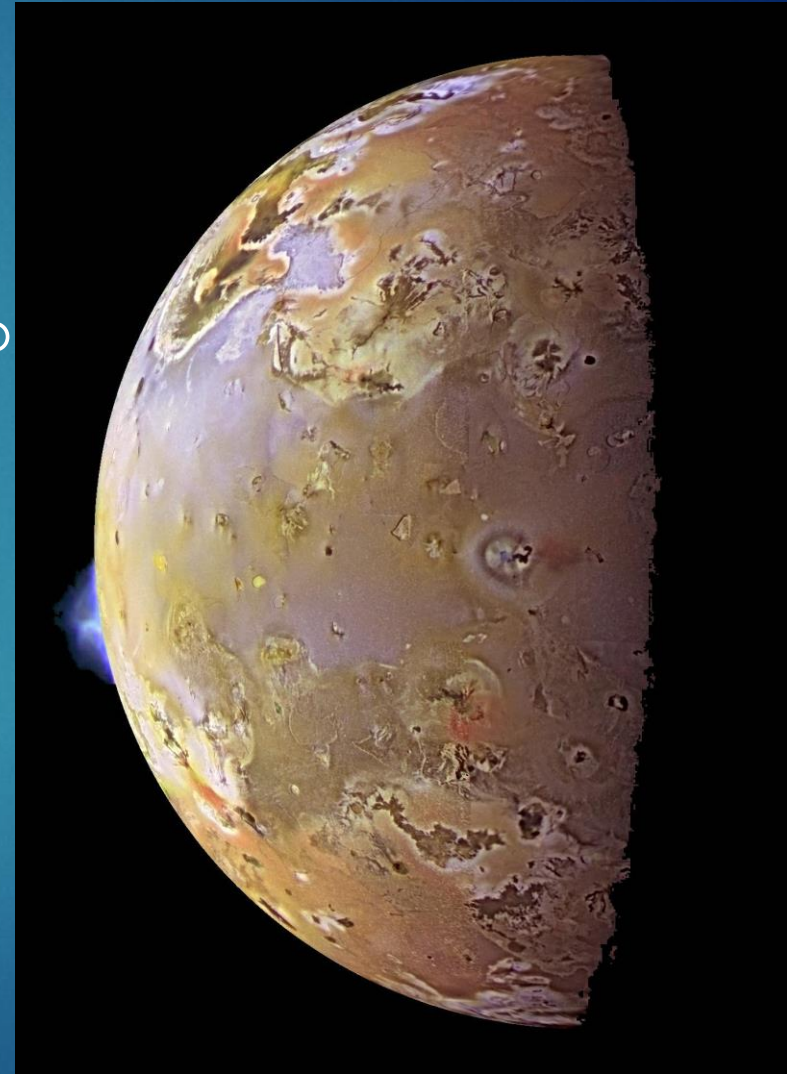
Plimsko dejstvo

- ▶ Plimsko delovanje smanjuje energiju Zemljine rotacije, tako da dužina dana raste za oko 0.002 s po veku.
- ▶ Zbog toga i važenja zakona održanja momenta impulsa Mesec se godišnje udaljava oko 3 cm.
- ▶ Zbog plimskog delovanja izjednačeno je trajanje Mesečeve rotacije i njegove revolucije, tako da se on kreće sinhrono, odnosno uvek je istom stranom okrenut prema Zemlji.



Plimsko dejstvo

- ▶ Zbog plimskog delovanja Jupitera i Evrope plimske oscilacije na Io-u dostižu nekoliko desetina metara.
- ▶ Zbog takvog “rastezanja” njegova unutrašnjost je “pregrejana”, zbog čega je on vulkanski najaktivnije telo u Sunčevom sistemu.

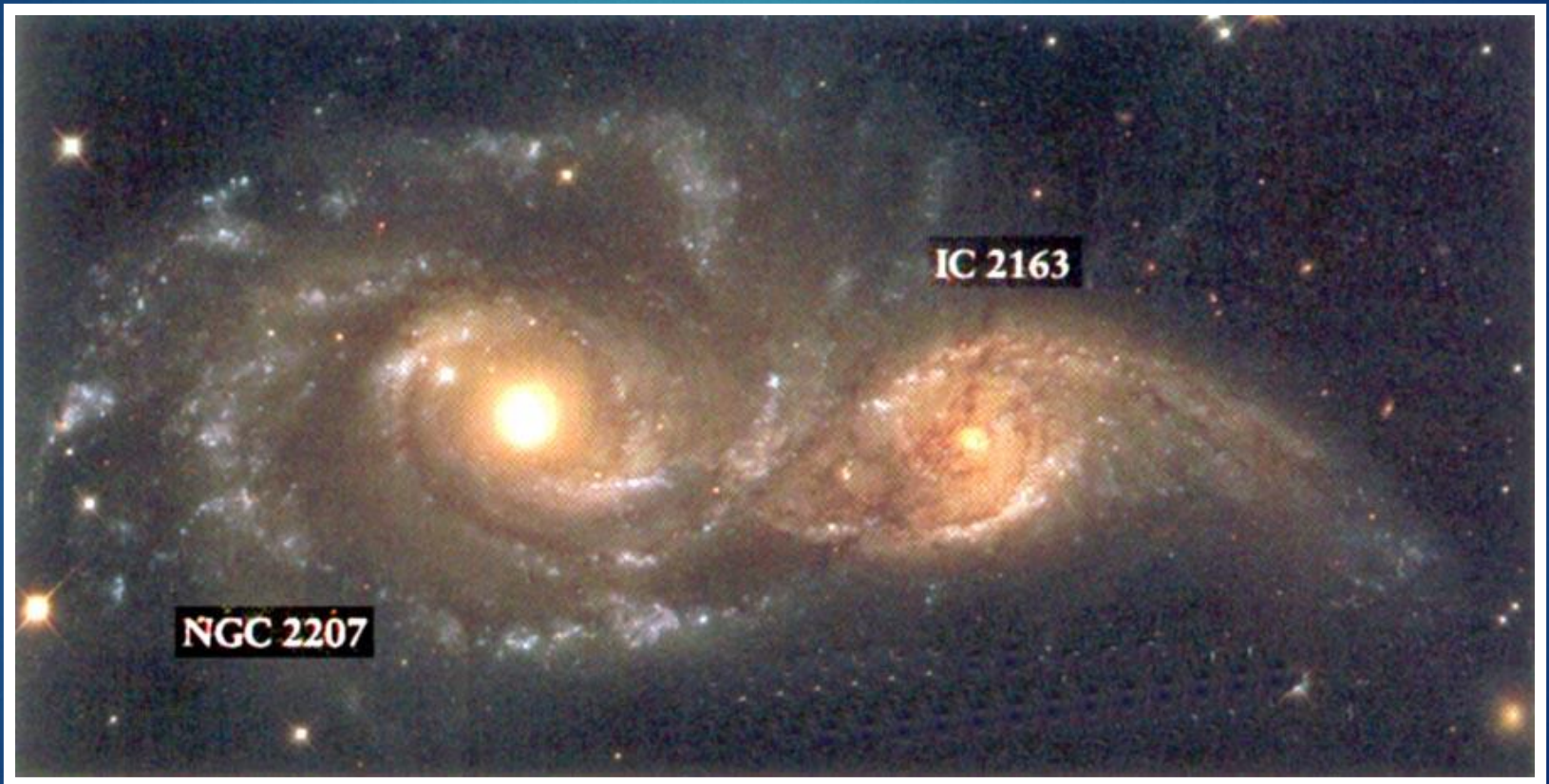


Plimsko dejstvo

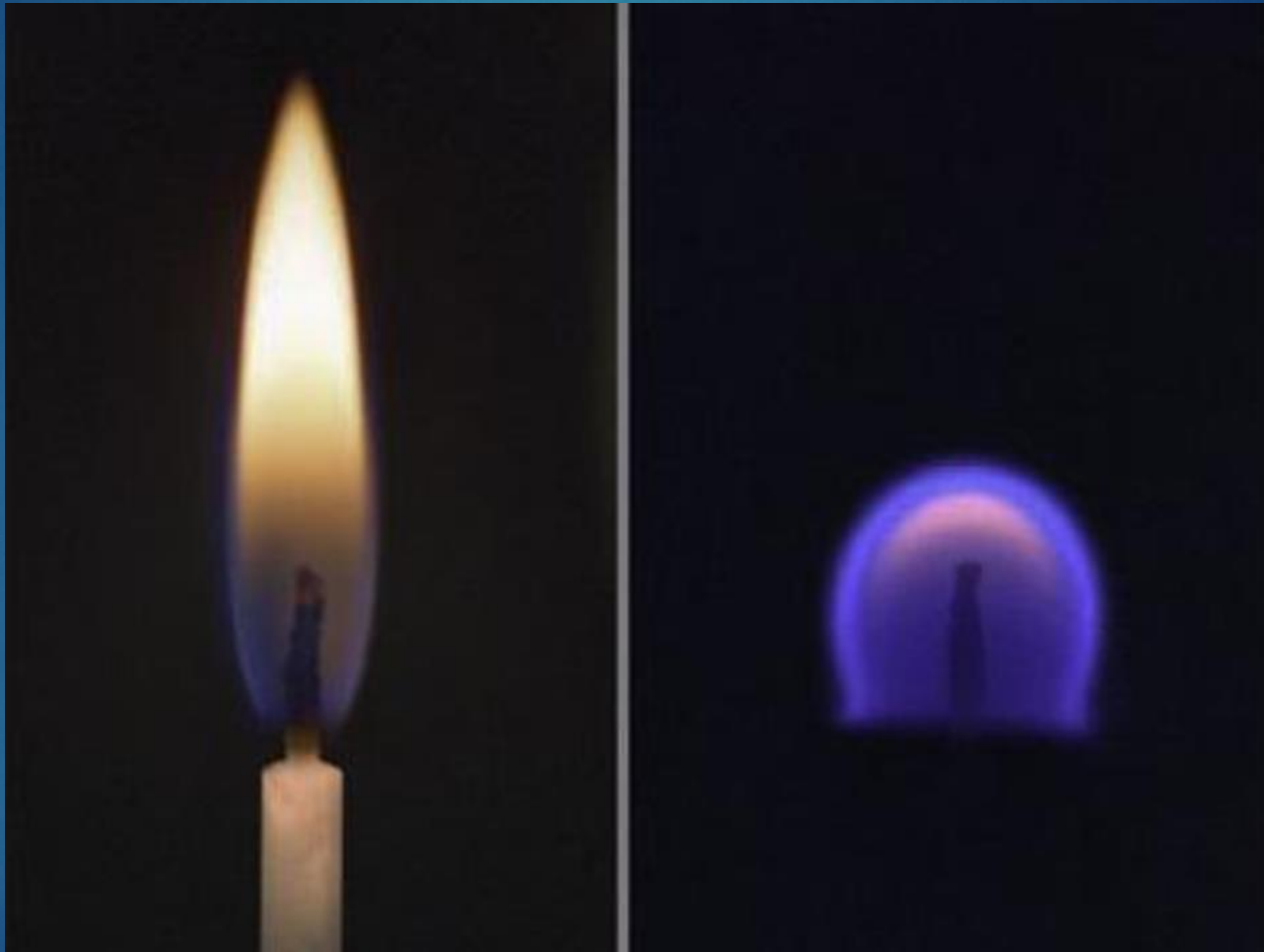
- ▶ Zbog plimskih delovanja može doći i do deformacija oblika susednih galaksija.
- ▶ Primer: NGC2207 (levo) i IC2163 (desno) – sudar galaksija, oko 80 miliona svetlosnih godina od nas
- ▶ Otkrivene: Džon Heršel (1835)



Zbog plimskih delovanja mo`e do`i i do deformacija oblika susednih galaksija.



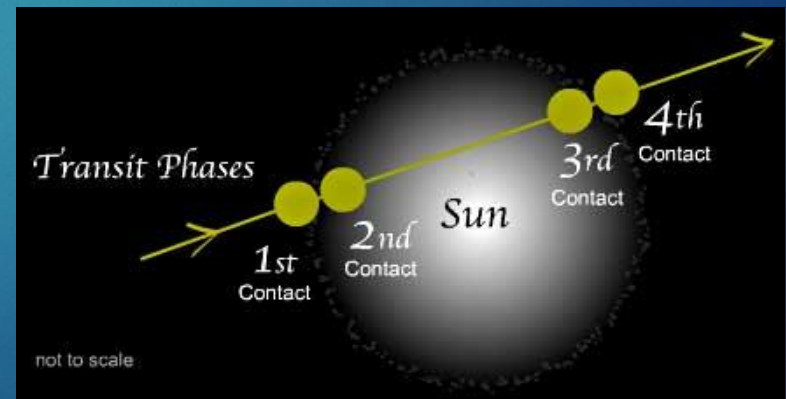
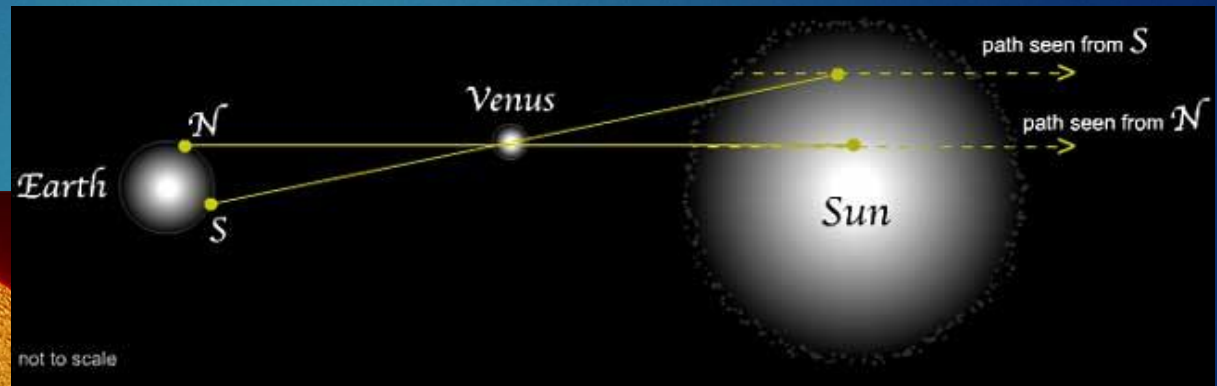
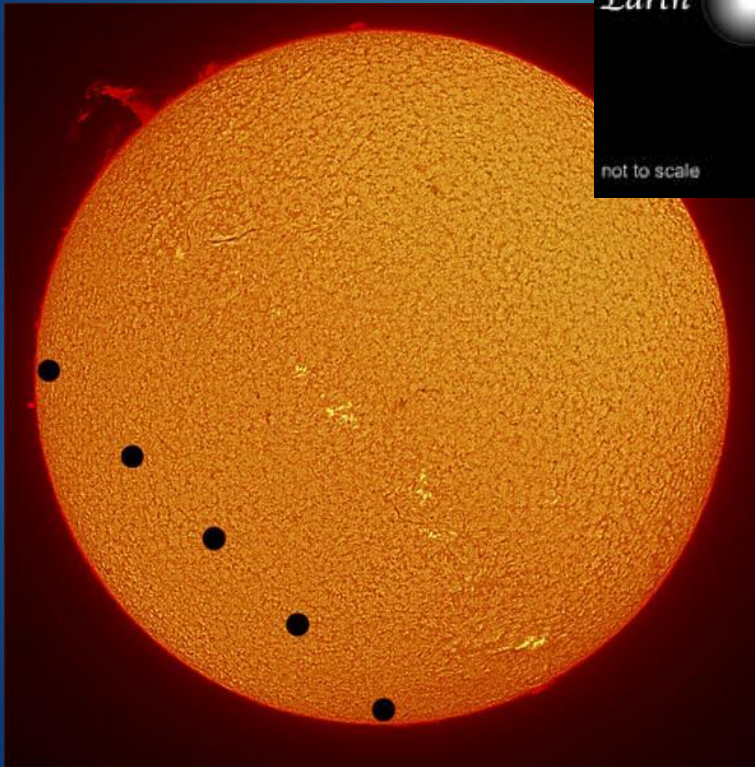
Vatra u bestežinskom stanju?



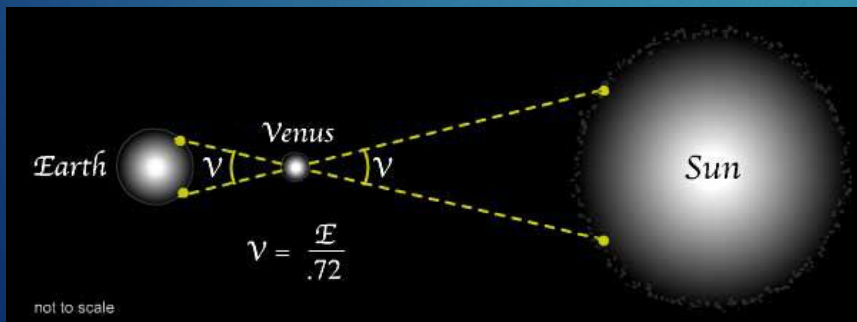
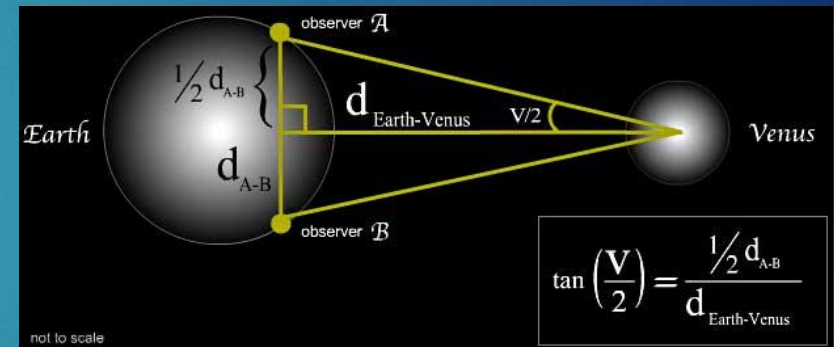
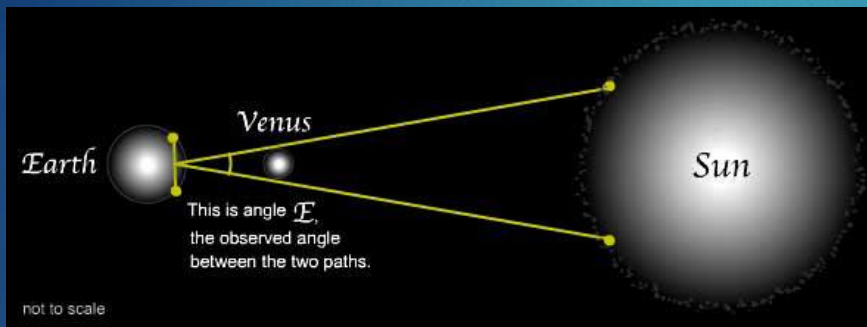
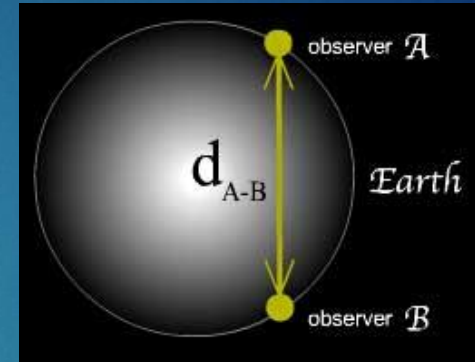
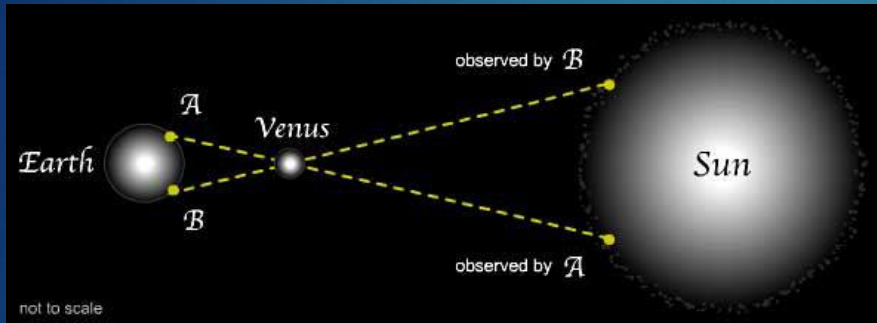
Astronomska jedinica

KAKO JE IZMERENA?

Rastojanje Zemlja - Sunce



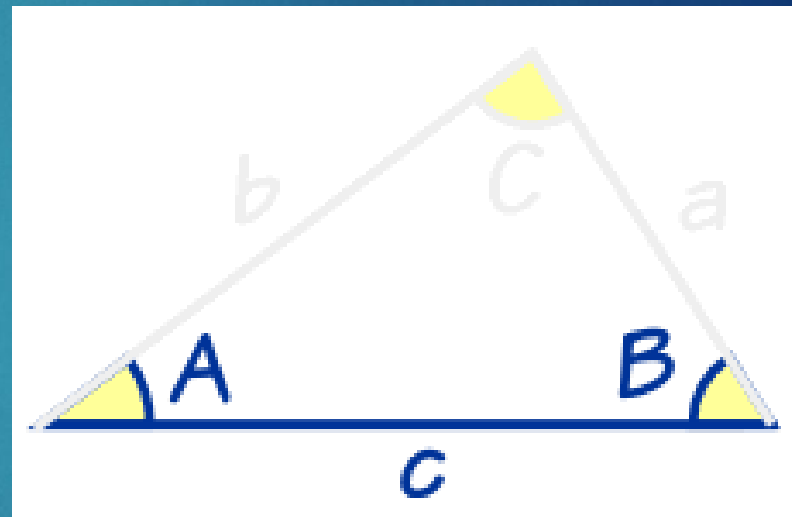
Astronomska jedinica



$$d_{EV} = \frac{1}{2} \frac{d_{AB}}{\tan\left(\frac{v}{2}\right)} \Rightarrow d_{EV} = \frac{d_{AB}}{\tan(v)}$$

Neko je imao sreću 😊

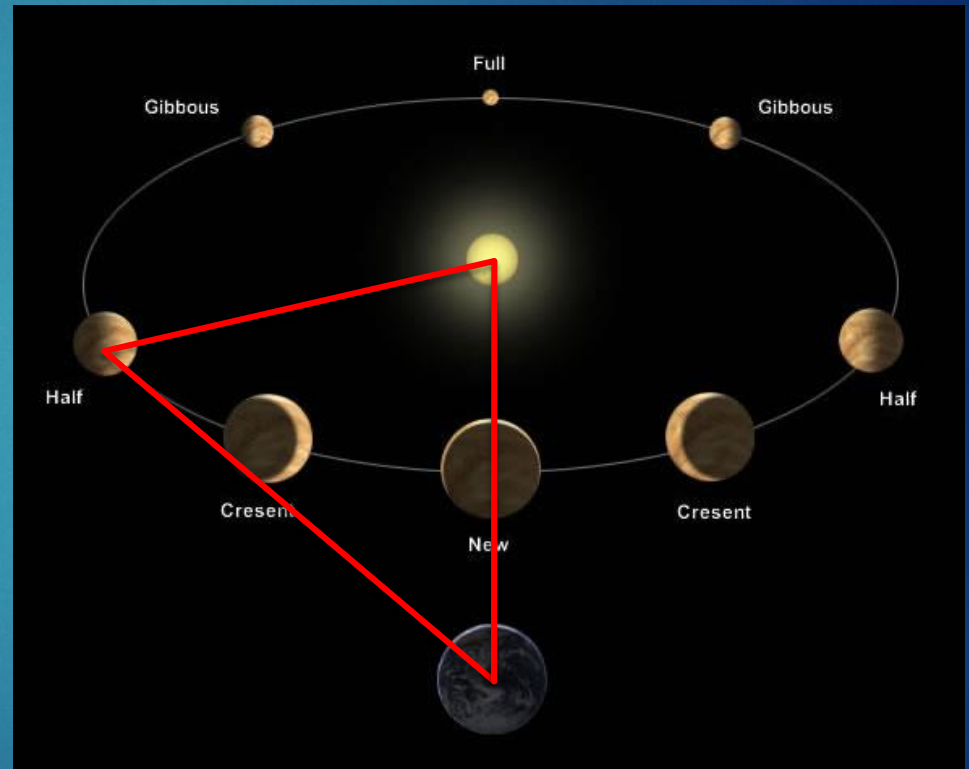
- ▶ Astronomska jedinica
- ▶ Hajgens, 1659
- ▶ Posmatrao Veneru
- ▶ Dva ugla i jedna stranica?
- ▶ Uglovi:
 - ▶ Sunce-Venera-Zemlja
 - ▶ Sunce-Zemlja-Venera



Rastojanje Zemlja - Sunce

- ▶ Uglovi:
 - ▶ Sunce-Venera-Zemlja
 - ▶ Sunce-Zemlja-Venera

- ▶ Rastojanje
 - ▶ Zemlja – Venera ?!?!?
 - ▶ Iz prividne veličine, pretpostavio prave dimenzije Venere ☹



- ▶ Približno tačan rezultat, sreća!

Astronomska jedinica

$$1aj = 150.000.000km$$

<i>Merenje</i>	<i>Prečnika Zemlje</i>
Archimedes (3rd century BC)	10000
Aristarchus (3rd century BC)	380-1,520
Hipparchus (2nd century BC)	490
Ptolemy (2nd century)	1210
Godefroy Wendelin (1635)	14000
Jeremiah Horrocks (1639)	14000
<i>Christiaan Huygens (1659)</i>	24000
Cassini & Richer (1672)	21700
Jérôme Lalande (1771)	24000
Simon Newcomb (1895)	23440
Arthur Hinks (1909)	23420
H. Spencer Jones (1941)	23466
Moderna merenja	23455